-- Iranian Journal of Economic Research------
Volume 27, Issue 93, Winter 2023, 7-59
ijer.atu.ac.ir
DOI: https://doi.org/10.22054/ijer.2022.59966.962

ATU PRESS

Original Research Received: 03/04/2021 Accepted: 17/01/2022 ISSN: 1726-0728 eISSN:2476-6445

Evaluating the Efficiency and Robustness of Beta and Stochastic Discount Factor Methods in Iranian Stock Market

Hossein Talakesh Naeini — PhD, Financial Economics, Allameh Tabataba`i University, Tehran, Iran

Reza Taleblou* — Associate Professor, Financial Economics, Allameh Tabataba`i University, Tehran, Iran

Teymor Mohammadi — Professor, Economics, Allameh Tabataba`i University, Tehran, Iran

Parisa Mohajeri — Associate Professor, Economics, Allameh Tabataba`i University, Tehran, Iran

Abstract

Extensive applications of asset pricing in the fields of finance and economics lead to an increasing importance of this issue, which has attracted more attentions of researchers in theoretical and empirical aspects. Due to this issue, the main purpose of this paper is to compare two asset pricing methods i.e. "Beta" and "stochastic discount factor" in Iran Stock Exchange market. Using the monthly data of Tehran Stock Exchange index return and return of shares of the companies

- This article is extracted from PhD dissertation of Economics Faculty of Allameh Tabataba`i University

* Corresponding Author: taleblou.reza@gmail.com

How to Cite: Talakesh Naeini, H., Taleblou, R., Mohammadi, T., Mohajeri, P. (2023). Evaluating the Efficiency and Robustness of Beta and Stochastic Discount Factor Methods in Iranian Stock Market. *Iranian Journal of Economic Research, 27 (93),* 7-59.

listed in the stock exchange market of Iran during 1379(1) to 1398(6), we have formed 5*5 baskets-called 25 portfolios of Fama and French- to evaluate the efficiency and stability of one factor model (capital asset pricing model) and multi-factors model (Fama and French's 3 factors model) using Generalized Method of Moments (GMM) estimation method. The results show that the aforementioned methods are not completely superior to each other. In fact, for CAPM model, stochastic discount factor method is more efficient and less stable than Beta method and vice versa for Fama and French's 3 factors model.

1. Introduction

An asset-pricing model can conventionally be expressed as either a beta model or a stochastic discount factor (SDF) model. The SDF model shows that the value of a financial asset is determined by the expected value of the asset's payoff and the SDF. The beta model stipulates that the expected return of an asset is a linear function of the betas associated with each risk factor. The present article aimed to estimate and compare the beta and SDF models in terms of their robustness and efficiency. In this line, two research hypotheses were tested. The first hypothesis proposes that the SDF model is more efficient than traditional pricing models in estimating risk premiums. The second hypothesis states that the beta model is more robust than the SDF model. Concerning the asset pricing, most studies in Iran rely on the beta model. However, the present research not only tests the efficacy of the SDF model in the Iranian stock market but also takes the initiative to compare the beta and SDF models. Thus, the novelty of the research lies in the comparative approach as well as the application of the SDF model to the Iranian context. The main research question is, which model is more efficient and robust in the context of the Iranian stock market?

2. Materials and Methods

One of the most important asset pricing models is the Capital Asset Pricing Model (CAPM) developed by Sharpe (1964) and Lintner (1965), along with its extended versions by Fama and French (1992) and Carhart (1997). These models suggest that the excess return of a stock or portfolio is a linear function of systematic risk factors (Fabozzi et al., 2015).

The expected beta representation

Most empirical studies in finance frame their analysis using linear factor pricing models, which typically focus on the expected return-beta characteristics. These can be formulated as follows:

(1) $E(R^i) = \gamma + \beta_{i,a}\lambda_a + \beta_{i,b}\lambda_b + \cdots \quad , \; i = 1,2,\dots,N$

The beta β is defined as the regression coefficients of the returns on the risk factors:

(2) $R_t^i = \alpha_i + \beta_{i,a} f_t^a + \beta_{i,b} f_t^b + \cdots + \varepsilon_t^i, \qquad t = 1,2,\dots,T$

Since a regression can be performed for each security *i* over time, this equation is often referred to as a time-series regression. The risk factors in the equation are denoted by *F*, and conventional examples in this regard include consumption growth=F or market portfolio return=F. It should be noted that in this regression, the returns R_t^i are regressed on the factors F_t^i.

The SFD representation

Security prices are determined through discounting future cash flows. There are two main reasons for discounting future cash flows. First, future cash flows have a lower present value, and second, there is risk associated with future cash flows. If investors were risk-neutral, discounting would only be done due to the time value of money. The price of an asset with the payoff of $\tilde{x}$ is calculated through $P = E[\tilde{x}]/R_f$, assuming that there is a risk-free asset with a return of R_F. This is called discounting at the risk-free rate. However, risk-averse investors discount due to both the time value of money and risk. An SDF summarizes both discounts in one expression. If x_i is the payoff of the asset i, P_i is its price, R_i is its return of x_i/p_i, the SDF of any random variable m is given by equation (3):

(3) $P_i = E[mx_i]$

The above definition has fundamental importance in asset pricing theory. The generalized method of moments (GMM) was used to extract beta and SDF models and their parameters.

3. Results and Discussion

The data used in this study consisted of monthly data on the return of the Tehran Stock Exchange index, the return of stocks of companies listed on the Tehran Stock Exchange, and the risk-free rate from April 2000 to September 2019 (a total of 234 months). The rolling window technique was used to investigate specification tests and various approximations. Considering statistical and computational limitations, three window lengths were selected for the CAPM: 114 months, 84 months, and 54 months. For the three-factor model, the selected window lengths were 54 months and 34 months.

This article relied on two models: the single-factor model known as the CAPM and the three-factor model proposed by Fama and French. The beta model was used to estimate the CAPM model using the GMM, and then the same model was estimated using the SDF model with the GMM. The objective was to compare the main parameters of the model in two different estimation methods. The Fama–French three-factor model includes three systematic risk factors: the market factor, the value factor, and the size factor. This model was also estimated through both the beta and SDF models.

The SDF model uses two specifications, with the trimmed mean (central) and without the trimmed mean (non-central), as well as two-stage estimators. Therefore, the variables include four risk premium parameters of the SDF ($\hat{\lambda}_1^A$ ،$\hat{\lambda}_2^A$ ،$\hat{\lambda}_1^B$ ،$\hat{\lambda}_2^B$) and four estimation errors (π_2^B، π_1^B،π_2^A،π_1^A). Accordingly, to compare the efficiency, the risk premium factor extracted in the beta model (δ) should be compared with the main parameter of the SDF model (λ). Also, to compare the robustness, the Jensen's alpha in the beta model (α) should be compared with the pricing error in the SDF model (π).

4. Conclusion

This study compared the efficiency and robustness of the above-mentioned model with that of the SDF model using the risk premium parameter and pricing error. The results showed that the SDF method is more efficient than the beta method for the CAPM. In the case of the Fama–French three-factor model, the results were estimated separately for each risk factor. Concerning the market factor, the beta method was found to be more efficient than the SDF method. As to the size factor, the first-stage estimators of the SDF method were more efficient than the beta method, while the second-stage estimators were less efficient than the beta method. With regard to the value factor, the beta method was found to be more efficient than the SDF method in all cases and both periods.

The results related to the relative standard errors of the pricing errors of the CAPM showed that the relative standard errors of the SDF method are more than the beta method, so the beta method is more robust than the SDF method. In the Fama–French three-factor model, the relative standard errors of the pricing errors of the SDF method are less than the relative standard errors of the pricing errors of the beta method. Therefore, it can be concluded that concerning the Fama–French three-factor model, the SDF method is more robust than the beta method.

According to the research results, neither the beta model nor the SDF model has absolute and complete superiority over each other. The beta model is more efficient than the SDF model in estimating risk premiums. However, the SDF model is more robust than the beta model and has less pricing error.

Keywords: Bata Method, Stochastic Discount Factors Method, Generalized Method of Moments, Efficiency, Stability.

JEL Classification: C15 ،C58 ،G12.

-- پژوهش‌های اقتصادی ایران---------
دوره ۲۷، شماره ۹۳، زمستان ۱۴۰۱، ۷-۵۹
ijer.atu.ac.ir
DOI: https://doi.org/10.22054/ijer.2022.59966.962

مقاله پژوهشی
تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۱۴ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷
ISSN:۱۷۲۶-۰۷۲۸ eISSN: ۲۴۷۶-۶۴۴۵

ارزیابی کارایی و پایداری روش‌های بتا و عامل تنزیل تصادفی در بازار سهام ایران

حسین طلاکش نایینی | دکتری اقتصاد مالی، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران

رضا طالبلو * | دانشیار، گروه اقتصاد نظری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران

تیمور محمدی | استاد، گروه اقتصاد نظری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران

پریسا مهاجری | دانشیار، گروه اقتصاد نظری، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران

چکیده

کاربردهای گسترده مبحث قیمت‌گذاری دارایی‌ها در حوزه‌های مالی و اقتصاد موجب شده است که اهمیت این موضوع طی سال‌های اخیر افزایش یافته و ابعاد نظری و تجربی آن بیشتر مورد توجه پژوهشگران قرار گیرد. در این راستا هدف اصلی مقاله حاضر این است که مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی را در قالب دو روش بتا (عاملی) و روش عامل تنزیل تصادفی در بازار سهام ایران مقایسه کند. بنابراین، با استفاده از داده‌های ماهانه بازدهی شاخص کل و بازدهی سهام شرکت‌های حاضر در بازار بورس اوراق بهادار تهران طی دوره (۱)۱۳۷۹ تا (۶)۱۳۹۸ و تشکیل سبدهای ۵*۵ موسوم به سبدهای ۲۵تایی فاما و فرنچ، کارایی و پایداری الگوهای مورد اشاره برای مدل‌های تک عاملی (مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای) و چند عاملی (مدل سه عاملی فاما و فرنچ) با استفاده از روش گشتاورهای تعمیم‌یافته (روش گشتاورهای تعمیم یافته) بررسی و مقایسه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد روش‌های فوق برتری کامل نسبت به یکدیگر ندارند. در واقع، در مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای، روش عامل تنزیل تصادفی، کارایی بیشتر و پایداری کمتری نسبت به روش بتا دارد و در مدل سه عاملی فاما و فرنچ، روش بتا از کارایی بیشتر و پایداری کمتری نسبت به روش عامل تنزیل تصادفی برخوردار است.

واژگان کلیدی: روش بتا، روش عامل تنزیل تصادفی، روش گشتاورهای تعمیم‌یافته، کارایی، پایداری.

طبقه‌بندی JEL: G12، C58، C15.

- این مقاله برگرفته از رساله دکتری دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی است.

* نویسنده مسئول: taleblou.reza@gmail.com

۱. مقدمه

قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی از جمله مباحث مهم در اقتصاد مالی است. مبحث قیمت‌گذاری دارایی را در یک تقسیم‌بندی می‌توان در دو حوزه سنتی (کلاسیک) و رفتاری دسته‌بندی کرد. در تئوری مالی سنتی از تصمیم‌گیری افراد چشم‌پوشی و فرض می‌شود سرمایه‌گذاران افرادی عقلایی هستند. همچنین در مبحث مالی رفتاری فرض می‌شود که افراد تصمیمات متفاوتی اتخاذ می‌کنند. برخلاف نظریه‌های سنتی، مکتب مالی رفتاری فرض می‌کند که سرمایه‌گذاران عقلایی نیستند. برخی مدل‌های حوزه سنتی عبارتند از: مدل استاندارد قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای[۱]، مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای شرطی[۲]، مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف[۳]، مدل سه عاملی فاما و فرنچ[۴]، مدل چهار عاملی کارهارت[۵]، مدل پنج عاملی فاما و فرنچ[۶]، مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ[۷] و... . همچنین برخی مدل‌های حوزه رفتاری عبارتند از: مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای پاداشی[۸]، مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای رفتاری[۹]، مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای تعمیم‌یابنده[۱۰] و... (Bodie, et al., 2009).

مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی به طور گسترده‌ای در تحلیل‌های تجربی مورد استفاده قرار می‌گیرند که علت آن نه تنها به دلیل فراوانی دسترسی به داده‌های آماری مالی است، بلکه این مدل‌ها می‌توانند به طور وسیعی در تحقیقات و فرآیندهای خلق تصمیم به‌کار گرفته شوند. علاوه بر این، محاسبات هزینه‌های سرمایه در تصمیمات سرمایه‌گذاری و اعمال کنترل که وظیفه‌ای تکرارشونده در حوزه‌هایی مانند ذی‌حسابی و مالیه شرکتی است، مستلزم به‌کارگیری مدل‌های قیمت‌گذاری است. همچنین مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی در تحلیل مقایسه‌ای موفقیت سرمایه‌گذاران مختلف یا ارزیابی عملکرد صندوق‌های

1. Capital Asset Pricing Model
2. Intertemporal Capital Asset Pricing Model
3. Consumption Capital Asset Pricing Model
4. Fama & French three Factor Model
5. Carhart four-Factor Model
6. Fama & French five Factor Model
7. Arbitrage Asset Pricing Theory
8. Rewarding Capital Assets Pricing Models
9. Behavioral Asset Pricing Model
10. Extrapolative Capital Asset Pricing Model

سرمایه‌گذاری نیز کاربرد دارند. بدین‌ترتیب عملکرد روش‌های نمایش مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی‌ها اهمیت می‌یابد، چراکه هر اندازه تکنیک انتخاب شده قادر باشد برآوردکننده‌هایی مناسب‌تر را ارائه دهد، محاسبات و نتایج آزمون‌های فرضیه قابل اعتمادتر خواهند بود. برای مثال، برای ارزیابی یک پروژه سرمایه‌گذاری، مدیران باید جریانات نقدی آینده پروژه را تنزیل[1] کنند. برای انجام این کار، مدیران نیاز به تصویری از جریانات نقدی و برآوردی از نرخ تنزیل دارند. بر این اساس اگر این برآورد به اندازه کافی صحیح نباشد، ارزیابی پروژه سرمایه‌گذاری قابل اتکا نخواهد بود (Garrett, et al., 2011).

هر اندازه مدل‌های بیان شده بتوانند برآوردهای دقیق‌تری ارائه دهند، نتایج و تصمیم‌گیری‌ها نیز دقیق‌تر خواهد بود. در اینجا استفاده از برآوردکننده‌های با دقت بالاتر اهمیت می‌یابد. هر نوع مدل قیمت‌گذاری دارایی به طور قراردادی می‌تواند از طریق الگوی بتا یا عامل تنزیل تصادفی به نمایش درآید. نمایش عامل تنزیل تصادفی، بیان می‌دارد که ارزش یک دارایی مالی برابر است با ارزش انتظاری حاصلضرب پرداختی دارایی مورد نظر و عامل تنزیل تصادفی است در حالی که براساس الگوی بتا، بازده انتظاری یک دارایی، تابعی خطی از بتاهای مربوط به هر عامل ریسک است. بلک و همکاران[2] (۱۹۷۲) و فاما و مک بث[3] (۱۹۷۳) از این رویکرد سنتی که به طور وسیعی در ادبیات مالی به‌کار گرفته شده است، حمایت کرده‌اند. اساسا مقایسه عملکرد فرآیندهای اقتصادسنجی مختلف در درون چهارچوب الگوی بتا[4] یا الگوی عامل تنزیل تصادفی (SDF)[5]، روندی عادی است. برای مثال، شانکن و ژو[6] (۲۰۰۷) عملکرد تجربی و خصوصیات نمونه محدود حداکثر راستنمایی[7]، فاما- مک بث و روش گشتاورهای تعمیم‌یافته[8] را برای مدل‌های قیمت‌گذاری بتا تحلیل کردند.

1. Discount
2. Black, F., et al.
3. Fama, E.F., & MacBeth, J.D.
4. Beta Method
5. Stochastic Discount Factor (SDF)
6. Shanken, J. & Zhou, G.
7. Maximum Likelihood Estimation
8. Generalized Method of Moment Estimation

درخصوص الگوی عامل تنزیل تصادفی، ناجل و سینگلتون[1] (۲۰۱۱) استفاده از محدودیت‌های گشتاوری شرطی در برآورد و ارزیابی مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی را شناسایی کردند. سایر موارد مرتبط می‌توانند در آثار فرانس‌ورث و همکاران[2] (۲۰۰۲)، ولو و ژو[3] (۱۹۹۹)، کان و روبوتی[4] (۲۰۰۸ و ۲۰۰۹) و ... یافت شوند. به تازگی تلاش‌هایی جهت ارزیابی عملکرد نمونه‌های محدود رویکردهای بتا در برابر عامل تنزیل تصادفی وجود داشته است. در اولین تلاش جدی جهت ارزیابی نمونه‌های محدود الگوی بتا در برابر الگوی عامل تنزیل تصادفی، کان و ژو[5] (۱۹۹۹) با استفاده از مدل تک عاملی استاندارد شده نشان دادند که الگوی عامل تنزیل تصادفی کارایی بسیار کمتری نسبت به الگوی بتا دارد. جاناتان و وانگ[6] (۲۰۰۲) و کوکران[7] (۲۰۰۰ و ۲۰۰۵) این نتیجه‌گیری را با استفاده از مدل تک‌عاملی غیراستاندارد و بر مبنای فرض نرمال بودن مشترک برای بازدهی دارایی‌ها و عوامل به چالش کشیدند. آن‌ها نتیجه‌گیری کردند که برای برآورد صرف ریسک[8]، روش بتا و روش عامل تنزیل تصادفی[9] کارایی یکسانی دارند.

هر دو الگو به لحاظ نظری یکسان هستند، اما پارامترهای مورد نظر به طور کلی در این دو نمایش برابر نیستند؛ به ویژه اینکه الگوی بتا به نحوی فرمول‌بندی شده است که صرف ریسک عامل (δ) و آلفای جنسن (α) را تحلیل و ارزیابی کند. در مقابل، نمایش عامل تنزیل تصادفی بر آن است که پارامترهای وارد شده به عامل تنزیل تصادفی (λ) و خطاهای قیمت‌گذاری (π) را ارزیابی کند. جهت بررسی بیشتر این موضوع می‌توان به مطالعه فرسون و جاناتان[10] (۱۹۹۶) رجوع کرد.

مقاله حاضر با هدف برآورد الگوهای بتا و عامل تنزیل تصادفی و مقایسه آن‌ها براساس پایداری و کارایی تدوین شده است. در این راستا، دو فرضیه آزمون خواهند شد؛ فرضیه

1. Nagel, S. & Singleton K.J.
2. Farnsworth, H., et al.
3. Velu, R. & Zhou, G.
4. Kan, R. &Robotti, C.
5. Kan, R. & Zhou, G.
6. Jagannathan, R., & Wang, Z.
7. Cochrane, J.H.
8. Risk Permium
9. Stochastic Discount Factor (SDF)
10. Ferson, W.E. & Jagannathan, R.

نخست بدین صورت مطرح می‌شود که «الگوی عامل تنزیل تصادفی دارای کارایی بیشتری نسبت به الگوهای سنتی قیمت‌گذاری در برآورد صرف ریسک است» و بر مبنای فرضیه دوم، «الگوی بتا نسبت به الگوی عامل تنزیل تصادفی دارای پایداری بیشتری است».

قریب به اتفاق مطالعات داخلی صورت گرفته در حوزه قیمت‌گذاری دارایی برمبنای الگوی بتا است. در این مقاله ضمن آزمون الگوی عامل تنزیل تصادفی در بازار سهام ایران برای اولین مرتبه دو الگوی بتا و عامل تنزیل تصادفی در بازار سهام ایران مورد مقایسه قرار می‌گیرند. بنابراین، جنبه نوآوری این مقاله آن است که علاوه بر استفاده از الگوی عامل تنزیل تصادفی، این دو روش با یکدیگر مورد مقایسه قرار می‌گیرند. بر این اساس پرسش اصلی این پژوهش آن است که کارایی و پایداری کدام‌یک از الگوهای بتا و عامل تنزیل تصادفی از یکدیگر بیشتر است؟

در راستای اهداف برشمرده، مقاله حاضر در شش بخش سازماندهی شده است؛ پس از مقدمه، در بخش دوم، مبانی نظری مقایسه کارایی و پایداری روش‌های بتا و عامل تنزیل تصادفی ارائه می‌شود. بخش سوم به پیشینه تجربی پژوهش اختصاص دارد. در بخش چهارم، متغیرهای مدل معرفی می‌شود و نحوه برآورد الگوها از طریق روش گشتاورهای تعمیم یافته توضیح داده می‌شود. نتایج برآورد الگوهای بتا و عامل تنزیل تصادفی، محور اصلی مباحث بخش پنجم از مقاله را تشکیل می‌دهد. در پایان، جمع‌بندی از مهم‌ترین یافته‌های مقاله ارائه می‌شود.

۲. پیشینه نظری

پس از ارائه نخستین آزمون تجربی قیمت‌گذاری دارایی به وسیله داگلاس[1] در سال ۱۹۶۷، مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی متعددی توسط پژوهشگران مطرح شد که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای توسط شارپ[2] (۱۹۶۴) و لینتنر[3] (۱۹۶۵) و مدل‌های گسترش‌یافته آن به وسیله فاما و فرنچ[4] (۱۹۹۲) و کارهارت[5] (۱۹۹۷) اشاره کرد.

1. Douglas, G.W.
2. Sharpe, W.F
3. Lintner, J.
4. Fama, E.F. & French, K.R.
5. Carhart, M.M.

این مدل‌ها تصریح می‌کنند که مازاد بازده یک سهم یا سبد، تابع خطی از عوامل ریسک سیستماتیک است (فابوزی و همکاران[1] ، ۱۳۹۴).

در مدل کارهارت، عوامل ریسک سیستماتیک شامل مازاد بازده بازار و طیفی از سایر عوامل ریسک تجربی شامل صرفه اندازه، صرفه ارزش (Fama & French, 1993) و صرفه عامل شتاب (Carhart, 1997) است. هو و همکاران[2] (۲۰۱۵) و فاما و فرنچ (۲۰۱۵) دو عامل ریسک اساسی دیگر (سودآوری و الگوهای سرمایه‌گذاری) را در مدل قیمت‌گذاری دارایی تجربی لحاظ کردند. کوکران برای نخستین بار، عوامل مورد اشاره را در سال‌های ۱۹۹۱ و ۱۹۹۶ معرفی کرد که در آن بازده انتظاری سهام رابطه مثبت با سودآوری مورد انتظار تنزیل شده و رابطه معکوس با نسبت سرمایه‌گذاری به دارایی شرکت دارد.

همانطور که در مقدمه نیز اشاره شد هر نوع مدل قیمت‌گذاری دارایی به طور قراردادی می‌تواند از طریق الگوی بتا یا عامل تنزیل تصادفی به نمایش درآید؛ بنابراین، در ادامه، مبانی نظری این دو الگو ارائه می‌شوند.

۲-۱. نمایش بتای انتظاری

اغلب مطالعات تجربی در حوزه مالی در قالب ویژگی‌های نمایش بازدهی- بتای انتظاری مدل‌های قیمت‌گذاری عاملی خطی قرار دارند و به شکل رابطه (۱) هستند.

$$E(R^i) = \gamma + \beta_{i,a}\lambda_a + \beta_{i,b}\lambda_b + \cdots \quad , i = 1,2, \dots, N \qquad (۱)$$

عبارت‌های β به عنوان ضرایب رگرسیون بازدهی‌ها روی عوامل ریسک تعریف می‌شوند (رابطه (۲)):

$$R_t^i = \alpha_i + \beta_{i,a} f_t^a + \beta_{i,b} f_t^b + \cdots + \varepsilon_t^i, \quad t = 1,2, \dots, T \qquad (۲)$$

1. Fabozzi, F.J., et al.
2. Hou, K., et al.

از آنجایی که یک رگرسیون برای هر ورقه بهادار i طی زمان قابل اجرا است، این معادله اغلب به عنوان «رگرسیون سری زمانی» نامیده می‌شود. «عوامل ریسک» در معادله با F نشان داده می‌شوند. مثال‌های متعارف در این زمینه عبارتند از: رشد مصرف =F، یا بازدهی پورتفولیوی بازار=F. یادآوری می‌شود که در این رگرسیون بازدهی‌ها R_t^i روی عوامل F_t^i اجرا می‌شوند. این رگرسیون درخصوص پیش‌بینی بازدهی‌ها براساس متغیرهایی که در گذشته مشاهده شده‌اند، نیست. هدف از آن اندازه‌گیری روابط همزمان متغیرها است؛ اینکه بازدهی‌ها در «زمان‌های خوب» یا «زمان‌های بد» به چه اندازه بالا هستند به وسیله عوامل اندازه‌گیری می‌شود.

نکته رابطه (۱) آن است که تغییرات در بازدهی‌های میانگین را در میان دارایی‌ها توضیح می‌دهد. در رابطه (۱) عبارت $i = 1 , 2 , \ldots , N$ نوشته شده است تا بر این موضوع تاکید کند. براساس این مدل، دارایی‌های با بتاهای بالاتر باید بازدهی‌های متوسط بالاتری به دست آورند. بنابراین، بتاها در رابطه (۱) متغیرهای توضیحی (x) هستند که از یک دارایی به دارایی دیگر تغییر می‌کنند. γ و λ عرض از مبدا و شیب در این رابطه مقطعی هستند. به عنوان مثال، رابطه (۱) بیان می‌دارد که اگر بازدهی‌های مورد انتظار را در برابر بتاها در مدل یک عاملی ترسیم کنیم باید انتظار داشته باشیم تمامی جفت‌های $\left(E\left(R^i\right), \beta_i\right)$ روی یک خط مستقیم با شیب λ و عرض از مبدأ γ قرار گیرند.

$\beta_{i,a}$ به عنوان افشای ریسک‌های دارایی i نسبت به عامل a تفسیر می‌شود و λ_a به عنوان قیمت چنین ریسکی تفسیر می‌شود. مدل قیمت‌گذاری بتا را می‌توان این چنین بیان کرد: «برای هر واحد از نسبت β به عامل ریسک a باید برای سرمایه‌گذاران، صرف بازدهی انتظاری برابر λ_a فراهم شود» (Cochrane, 2005).

۲-۲. نمایش عامل تنزیل تصادفی

قیمت‌های اوراق بهادار از طریق تنزیل پرداختی‌های آتی تعیین می‌شوند. دو دلیل اصلی برای تنزیل کردن پرداخت‌های آتی وجود دارد؛ اول، وجوه نقد آتی، ارزش کمتری نسبت به وجوه نقد در زمان حاضر دارند و دوم در جریان وجوه نقد آتی، ریسک وجود دارد. اگر سرمایه‌گذاران دارای ریسک خنثی بودند، تنزیل تنها به دلیل ارزش زمانی پول انجام

می‌شد. قیمت یک دارایی با پرداختی $\tilde{x}$ از طریق $P = {E[\tilde{x}]}/{R_f}$ محاسبه می‌شود با فرض اینکه یک دارایی بدون ریسک با بازدهی R_F وجود دارد. این عبارت را «تنزیل کردن در نرخ بدون ریسک» می‌نامند. با این حال، سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز به دلیل هر دو عامل ارزش زمانی پول و ریسک، تنزیل را انجام می‌دهند. یک عامل تنزیل تصادفی هر دو تنزیل را در یک عبارت خلاصه می‌کند.

اگر x_i پرداختی دارایی i، p_i قیمت آن دارایی و R_i بازدهی آن ${x_i}/{p_i}$ باشد، عامل تنزیل تصادفی هر متغیر تصادفی m را به صورت رابطه (۳) نشان می‌دهد.

$$P_i = E[mx_i] \tag{۳}$$

تعریف فوق، اهمیت اساسی در نظریه قیمت‌گذاری دارایی دارد. تئوری قیمت‌گذاری دارایی با توضیح صرف ریسک دارایی‌های مختلف پیوند خورده است. همچنین تئوری قیمت‌گذاری دارایی در خصوص عوامل تنزیل تصادفی نیز مباحثی مطرح می‌کند.

درک این موضوع که هر دو شرایط فوق سازگار هستند، مهم است. از این واقعیت که کوواریانس هر دو متغیر تصادفی برابر است با انتظارات (امید ریاضی) حاصل‌ضرب آن‌ها منهای حاصل‌ضرب انتظارات آن‌ها، استفاده می‌شود تا رابطه (۳) به صورت رابطه (۴) نوشته شود.

$$1 = cov(m, R) + E[m]E[R] \tag{۴}$$

فرض کنید یک دارایی بدون ریسک وجود دارد. پس رابطه (۳) با $R = R_F$ دلالت دارد بر $E\,[m] = 1/R_F$. با جایگزینی این رابطه در رابطه (۴) و مرتب‌سازی آن، رابطه (۵) برای صرف ریسک هر دارایی یا پورتفولیو با بازدهی R به دست می‌آید.

$$E[R] - R_F = -R_F Cov(m, R) \tag{۵}$$

رابطه (۵) نشان می‌دهد که صرف ریسک به وسیله کوواریانس با هر عامل تنزیل تصادفی تعیین می‌شود. یک تئوری قیمت‌گذاری دارایی، تئوری است که شکل خاصی

برای m تعیین می‌کند؛ از این رو، رابطه (۵) دلالت بر تعیین صرف ریسک‌ها به وسیله کوواریانس‌ها با مجموعه‌ای از متغیرها دارد (Back, K.E., 2017).

۲-۳. معادل بودن نمایش بتا و عامل تنزیل تصادفی

بحث اصلی در این زمینه آن است که هر دو نمایش بتا و عامل تنزیل معادل هستند. روابط (۶)، (۷) و (۸) به‌طور خلاصه روشی را که یکی از این دو نمایش می‌تواند به دیگری تبدیل شود، نشان می‌دهد. یک عامل تنزیل و یا یک متغیر مرجع برای بتا (که در سمت راست معادله رگرسیون قرار گرفته و بتا از آن استخراج می‌شود) هر دو اطلاعات یکسانی به همراه دارند و با داشتن یکی از آن‌ها، می‌توان دیگری را استخراج کرد (رابطه (۱۶)):

$$\mathrm{p} = E\ (mx) \Longrightarrow \beta \qquad (۶)$$

با داشتن m از طریق رابطه (۶)، هر یک از متغیرهای m , x* , R* می‌توانند به عنوان متغیرهای مرجع برای بتا استفاده شوند (رابطه (۷)).

$$B \Longrightarrow p = E(mx) \qquad (۷)$$

اگر مدل بازدهی – بتا انتظاری را با عوامل ریسک F داشته باشیم، از این رو، m = b'F و می‌توان به عبارت p = E (mx) دست یافت (رابطه (۸)).

$$E\left(R^i\right) = \gamma + \beta_i \lambda \quad \begin{array}{c} \swarrow \ \ F = m, x^*, R^* \ \ \searrow \\ \\ \searrow \quad\ m = b'f \quad\ \nearrow \end{array} \quad p = E(mx) \qquad (۸)$$

در بخش‌های بعدی مکانیسم‌های تبدیل از یک نمایش به نمایش دیگر با جزئیات، مورد بحث واقع می‌شود. راس (۱۹۷۸) و دایویج و اینگرسول[1] (۱۹۸۲) ارتباط میان عوامل تنزیل خطی و قیمت‌گذاری بتا را یادآور شدند (Cochrane, 2005).

---

1. Dybvig, P.H. & Ingersoll, J.E.

۲-۳-۱. از عوامل تنزیل به نمایش بتا

تمامی متغیرهای m , *x و *R می‌توانند عامل انفرادی در یک نمایش بتای تک عاملی باشند.

نمایش بتا با استفاده از m (رابطه (۹)):

$$P = E(mx) \Longrightarrow E(R^i) = \gamma + \beta_{i,m}\lambda_m \tag{۹}$$

$$1 = E(mR^i) = E(m)E(R^i) + cov(m, R^i)$$

بنابراین (رابطه (۱۰)):

$$E(R^i) = \frac{1}{E(m)} - \frac{cov(m, R^i)}{E(m)} \tag{۱۰}$$

با ضرب و تقسیم عبارت var (m) و تعریف $\gamma \equiv {}^{1}/_{E(m)}$ رابطه (۱۱) را خواهیم داشت:

$$E(R^i) = \gamma + \left(\frac{cov(m, R^i)}{var(m)}\right)\left(-\frac{var(m)}{E(m)}\right) = \gamma + \beta_{i,m}\lambda_m \tag{۱۱}$$

بنابراین، یک نمایش بتا تک عاملی به دست می‌آید. برای مثال، می‌توان مدل بر پایه مصرف را مطرح کرد: میانگین بازدهی‌های دارایی باید در رگرسیونی از بتاهای بازدهی‌های دارایی روی $\left({}^{C_{t+1}}/_{C_t}\right)^{-\gamma}$ به صورت خطی باشد. علاوه بر این، شیب این رابطه مقطعی λ_m باید با نسبت واریانس به میانگین عبارت $\left({}^{C_{t+1}}/_{C_t}\right)^{-\gamma}$ برابر باشد.

صرف ریسک عامل λ_m برای رشد مطلوبیت نهایی منفی است. بازدهی‌های انتظاری مثبت با «همبستگی مثبت با رشد مصرف» و همچنین با «همبستگی منفی با رشد مطلوبیت نهایی و m. همراه است. بنابراین، پیش‌بینی می‌شود $\lambda_m < 0$ (Cochrane, 2005).

۳. مروری بر مطالعات تجربی پیشین

بررسی‌ها حاکی از آن است که با وجود مطالعات خارجی، تاکنون مطالعه‌ای در داخل با تمرکز بر مقایسه الگوهای بتا و عامل تنزیل تصادفی انجام نشده است. پژوهش‌های داخلی متعددی درخصوص مقایسه انواع مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی انجام شده است. در این پژوهش‌ها انواع مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی اعم از کلاسیک و رفتاری، تک عاملی و چندعاملی، مدل‌های مبتنی بر مصرف و مدلهای عاملی و... مقایسه می‌شوند.

رمضانی و کامرانی (۱۳۹۵) در پژوهشی با نام بررسی تاثیر عامل شتاب بر قابلیت توضیح‌دهندگی مدل پنج عاملی در تبیین بازده سهام با استفاده از داده‌های سال‌های ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۳ نتیجه‌گیری کردند که افزودن عامل شتاب به مدل پنج عاملی توان توضیحی مدل را افزایش نمی‌دهد، اما مدل پنج عاملی فاما – فرنچ نسبت به مدل پنج عاملی و شتاب، درصد بیشتری از پراکندگی بازده سبد سهام را توضیح می‌دهد. این یافته‌ها حاکی از برتری اعتبار تجربی مدل پنج عاملی در پیش‌بینی بازده مورد انتظار سهام است.

در پژوهش مجتهدزاده و رباط‌میلی (۱۳۸۶) با نام مقایسه عملکرد مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای با مدل سه عاملی فاما و فرنچ در پیش‌بینی بازده مورد انتظار در بورس اوراق بهادار تهران، این نتیجه حاصل شده است که مدل سه عاملی فاما و فرنچ در پیش‌بینی بازده در کوتاه مدت بهتر از بلند مدت عمل می‌کند.

در پژوهش دیگری با نام مقایسه توان تبیین مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای تجدیدنظر شده با مدل سه عاملی فاما و فرنچ در پیش‌بینی بازده مورد انتظار توسط امیرحسینی و خسروبانی (۱۳۸۸)، مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای تجدیدنظر شده توانایی بیشتری در تبیین و پیش‌بینی بازده مورد انتظار با رویکرد بازده واقعی داراست.

رستمیان و جوانبخت (۱۳۸۹) در پژوهشی با نام مقایسه کارایی مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای با مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف[1] در بورس اوراق بهادار تهران، نتیجه‌گیری کردند که مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای در مقایسه با مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف در پیش‌بینی بازده مورد انتظار در بورس بهادار اوراق تهران از کارایی بالاتری برخوردار است.

---

1. Consumption Capital Asset Pricing Model (CCAPM)

در پژوهش دیگری تحت عنوان مقایسه بین مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای، سه عاملی فاما و فرنچ و شبکه‌های عصبی مصنوعی در پیش‌بینی بازار سهام ایران توسط بدری و همکاران (۱۳۸۹)، این نتیجه حاصل شده است که مدل سه عاملی فاما و فرنچ دارای توان بالاتری نسبت به مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای در تبیین تغییرات بازده پرتفوی سهام در بازار بورس اوراق بهادار تهران است. مدل‌های یک متغیره و سه متغیره شبکه عصبی عملکرد بهتری نسبت به مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای و سه عاملی فاما و فرنچ در تبیین بازدهی دارند.

بزرگ اصل و مسجدموسوی (۱۳۹۷) در پژوهش خود با نام مقایسه توان توضیحی مدل سه عاملی فاما و فرنچ و مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای با تاکید بر چرخه زندگی شرکت، بیان کردند تفاوتی میان محتوای اطلاعاتی دو مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای و مدل سه عاملی فاما و فرنچ در دسته شرکت‌های رشدی، بالغ و در حال افول وجود ندارد.

در پژوهشی با نام مقایسه مدل شش عاملی با مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای در تبیین بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار توسط رمضانی و کامرانی (۱۳۹۶)، توان تبیین بازده سهام توسط مدل پنج عاملی بیش از مدل شش عاملی و چهار عاملی کارهارت عنوان شده است.

علیزاده و همکاران (۱۳۹۹) در پژوهشی با نام مقایسه تطبیقی الگوهای قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف در بازار سرمایه ایران (رویکرد رگرسیون دو مرحله‌ای فاما و مکبث)، دو مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف سنتی و مدل قیمت-گذاری دارایی سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف تعدیل شده با لحاظ ریسک نقدشوندگی را با یکدیگر مقایسه کردند. نتایج نشان می‌دهد که مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف سنتی تعدیل شده با نقدشوندگی نسبت به مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف سنتی، بازدهی مورد انتظار مقطعی سهام را بهتر توضیح می‌دهد. همچنین خطای قیمت‌گذاری در مدل تعدیل شده با نقدشوندگی نسبت به مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف سنتی کمتر مشاهده می‌شود.

درخصوص مطالعات خارجی بر آن دسته از مقالات خارجی تمرکز می‌شود که مقایسه دو الگوی بتا و عامل تنزیل تصادفی را مبنای مطالعه خود قرار داده‌اند.

جاناتان و وانگ[1] (۲۰۰۲) کارایی روش عامل تنزیل تصادفی را در برابر روش بتا آزمون کردند. داده‌های در نظر گرفته شده بازدهی ماهانه سهام معامله شده شاخص‌های NYSE، AMEX و NASDAQ و اوراق قرضه دولتی یک ماهه خزانه از CRSP طی سال‌های ۱۹۲۶ تا پایان سال ۱۹۹۸ هستند. دوره‌های زمانی در نظر گرفته شده برای آزمون‌ها عبارتند از: ۶۰، ۱۲۰، ۳۶۰ و ۶۰۰ ماه. آن‌ها بررسی کردند که آیا عمومیت ساختار عامل تنزیل تصادفی منجر به ایجاد هزینه برای کارایی در برآورد صرف ریسک می‌شود؟ با استفاده از تکنیک شبیه سازی، آنان نشان دادند که با افزودن قیود گشتاوری مربوط به عوامل ریسک به روش عامل تنزیل تصادفی، دقت مجانبی یکسانی در برآورد صرف ریسک در مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی خطی در روش‌های بتا و عامل تنزیل تصادفی وجود دارد. همچنین شبیه‌سازی مونت کارلو[2] نشان می‌دهد که این دو روش دقت یکسانی حتی در نمونه‌های کوچک دارند.

کان و ژو[3] (۲۰۰۲) با استفاده از برآورد گشتاورهای نمونه‌ای از سبدهای ۱۰تایی که براساس اندازه مرتب شده‌اند و سبدهای بازار از شاخص‌های NYSE، AMEX و NASDAQ که براساس ارزش وزن‌دهی شده است به مقایسه دو الگوی بتا و روش عامل تنزیل تصادفی پرداختند. آن‌ها نشان دادند که با کنار گذاشتن فرض نرمال بودن، واریانس برآورد روش گشتاورهای تعمیم‌یافته[4] از پارامتر عامل تنزیل تصادفی، حساسیت بالایی نسبت به کشیدگی و چولگی عامل ریسک دارد در حالی که واریانس برآورد روش گشتاورهای تعمیم‌یافته از صرف ریسک این‌گونه نیست. آن‌ها همچنین نشان دادند که استنباط درباره پارامتر عامل تنزیل تصادفی، حساسیت بالایی نسبت به چولگی و کشیدگی عوامل دارد در حالی که استنباط در مورد پارامتر صرف ریسک به این صورت نیست. بنابراین، نتیجه گرفتند زمانی که میانگین و واریانس عامل مشخص نباشد، استنباط در مورد پارامتر عامل تنزیل تصادفی اطمینان کمتری نسبت به استنباط برمبنای پارامتر صرف ریسک خواهد داشت. همچنین با میانگین و واریانس ثابت برای عامل ریسک در هر دو روش بتا

---

1. Jagannathan, R. & Wang, Z.
2. Monte Carlo Simulation
3. Kan, R. & Zhou, G.
4. Generalized Method of Moment Estimation (GMM)

و عامل تنزیل تصادفی، استنباط در مورد عامل صرف ریسک در روش بتا، می‌تواند برتری محسوسی بر استنباط در مورد همین عامل در روش عامل تنزیل تصادفی داشته باشد.

لوزانو و رابیو[1] (۲۰۱۱) در مطالعه خود ضمن مقایسه روش‌های برآورد مدل‌های قیمت‌گذاری، مدل‌های یک عاملی و چندعاملی را نیز در روش‌های بتا و عامل تنزیل تصادفی مقایسه کردند. آن‌ها با استفاده از داده‌های کتابخانه کنت و فرنچ طی بازه زمانی ژانویه ۱۹۲۷ تا دسامبر ۲۰۰۵، ۶ نوع پورتفولیو را تشکیل دادند. نتایج مطالعه آن‌ها نشان می‌دهد برآوردگرهای مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته برای مدل عامل تنزیل تصادفی، خطای قیمت‌گذاری کمتری نسبت به برآوردگر حداقل مربعات معمولی برای تمامی پورتفولیوهای مورد آزمون و تمامی دوره‌های زمانی در نظر گرفته شده دارند. همچنین نتایج حاکی از آن است که حتی در چهارچوب نمونه‌های محدود، تفاوتی میان روش‌های بتا و عامل تنزیل تصادفی در مورد ویژگی‌های پارامتر اصلی آن‌ها در یک مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه ای وجود ندارد. رهیافت اصلی این تحقیق، تعمیم مقایسه به تصریح سه عاملی فاما و فرنچ است. در این زمینه، پارامتر مدنظر در روش بتا، ویژگی‌های بهتری نسبت به پارامتر روش عامل تنزیل تصادفی در مدل‌های چندعاملی و در میان تمامی پورتفولیوهای مورد آزمون و تمامی دوره‌های نمونه دارد.

گاست و زیمرمن[2] (۲۰۱۴) در تحقیقی، عملکرد دو روش را به‌طور سنتی از طریق آلفای جنسن صندوق‌های سرمایه‌گذاری مشترک مقایسه کردند. آنان بر این باورند که آلفای استاندارد به لحاظ نظری از چندین محدودیت رنج می‌برد، اما با استفاده ازعامل تنزیل تصادفی از این نقایص می توان اجتناب کرد. برای آزمون تجربی این ادعا، داده‌های صندوق‌های سرمایه‌گذاری مشترک کشور سوئیس طی سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۱۱ استفاده شده است و نتایج نشان می‌دهند که کلید اصلی برای مقایسه‌ای منصفانه میان عامل تنزیل تصادفی (عامل تنزیل تصادفی) و مدل‌های بتا، مشخص کردن مجموعه‌ای از دارایی‌های اولیه است که جهت کالیبره کردن تابع عامل تنزیل تصادفی استفاده می‌شوند. هنگامی‌که این کار انجام می‌شود، تفاوت‌های عملکرد میان دو روش به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش

1. Lozano, M. & Rubio, G.
2. Gusset, J. & Zimmermann, G.

می‌یابد. با این حال، اگر اطلاعات شرطی در آزمون‌ها به‌کار گرفته شود، انحرافات عملکرد قابل ملاحظه‌ای در میان صندوق‌های سرمایه‌گذاری مشترک وجود دارند به نحوی که به ۲/۳ درصد در سال می‌رسند. در اغلب موارد آلفاهای الگوی عامل تنزیل تصادفی از آلفاهای جنسن استاندارد پایین‌تر هستند.

پناراندا و سنتانا[1] (۲۰۱۵) به ارزیابی تجربی مدل‌های قیمت‌گذاری عاملی خطی از طریق رویکردهای رگرسیون و عامل تنزیل تصادفی با گشتاورهای غیرمرکزی یا مرکزی و نرمال‌سازی‌های متقارن یا غیرمتقارن پرداختند. بر این اساس تعداد زیادی فرآیندهای مختلف وجود دارند که منجر به نتایج تجربی متفاوتی می‌شوند و ممکن است برخی تضادها درخصوص اینکه کدام رویکرد صحیح‌تر است، ایجاد شود. مدل‌های قیمت‌گذاری خطی در نظر گرفته شده عبارتند از: مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌گذاری (مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای) و نسخه‌های خطی مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌گذاری بر پایه مصرف. در این تحقیق از داده‌های مربوط به ۸ پورتفولیو از واحدهای پولی که براساس نرخ‌های بهره اسمی‌شان در برابر دلار آمریکا، مرتب شده‌اند و طبق آن، بازدهی‌های مازاد سالانه بر سرمایه‌گذاری‌های اوراق قرضه سالانه در بازه زمانی ۱۹۵۳ تا ۲۰۰۲ ایجاد می‌شوند، استفاده می‌شود. در این قالب، آن‌ها نشان دادند که اگر روش‌های یک مرحله‌ای مانند برآوردگر روش گشتاورهای تعمیم یافته به طور پیوسته به روز شده[2] به جای روش گشتاورهای تعمیم یافته دو مرحله‌ای استاندارد به‌کار گرفته شوند، تمامی فرآیندها، برآوردهای مشابهی از قیمت‌های ریسک، خطاهای قیمت‌گذاری و آزمون‌های قیود شناسایی بیش از حد، بدون ملاحظه اعتبار مدل و بدون توجه به تعداد پرداختی‌های دارایی و حجم نمونه، برآوردهای یکسانی دارند. نتایج فوق برای تمامی عوامل ریسک قابل معامله و غیرقابل معامله برقرار هستند. بنابراین یک فرآیند روش گشتاورهای تعمیم یافته بهینه انفرادی برای ارزیابی تجربی مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی وجود دارد.

ممانی[3] (۲۰۲۰) در پژوهشی با نام آزمون‌های مقطعی و عامل تنزیل تصادفی/ روش گشتاورهای تعمیم‌یافته مدل‌های عاملی خطی به مقایسه خطاهای استاندارد، آماره t و آماره

1. Peñaranda, F. & Sentana, E.
2. CU-GMM (Continuously updated GMM estimator)
3. Momani, M.

کای دو خطاهای قیمت‌گذاری دو روش های بتا و عامل تنزیل تصادفی برای مدل سه عاملی فاما و فرنچ می‌پردازد. در این مطالعه از پورتفولیوهای ۱۰تایی مرتب شده براساس اندازه و داده‌های مربوط به شاخص‌های سهام NYSE، AMEX و NASDAQ طی سال‌های ۱۹۲۶ تا ۲۰۲۰ استفاده شده است. همچنین تکنیک‌های اقتصادسنجی حداقل مربعات معمولی و حداقل مربعات تعمیم‌یافته برای روش بتا و تصریحات مرحله اول و دوم روش گشتاورهای تعمیم‌یافته برای روش عامل تنزیل تصادفی به‌کار گرفته شده است. بر این اساس، نتایج نشان می‌دهند خطاهای استاندارد تخمین و آماره t در روش عامل تنزیل تصادفی بسیار مشابه روش بتا هستند و آماره کای دو نیز در اغلب موارد یکسان هستند. وی سپس نتیجه‌گیری کرده است که چهارچوب مطالعه کوکران (۲۰۰۵) برای مدل تک عاملی، قابل تعمیم به مدل سه عاملی فاما و فرنچ است.

٤. معرفی متغیرها و روش‌های برآورد الگوها

٤-۱. معرفی متغیرها

داده‌های استفاده شده، داده‌های ماهانه مربوط به بازدهی شاخص کل و بازدهی سهام شرکت‌های حاضر در بازار بورس اوراق بهادار تهران در بازه زمانی فروردین ۱۳۷۹ تا شهریورماه ۱۳۹۸ (۲۳۴ ماه) است. این داده‌ها از طریق نرم‌افزار راه‌آورد نوین و سایت بورس اوراق بهادار تهران استخراج شده‌اند. همچنین داده‌های مربوط به نرخ بدون ریسک از وب‌سایت بانک مرکزی استخراج شده است. پس از آن برای ایجاد سبدهای ۲۵تایی موسوم به سبدهای فاما و فرنچ، داده‌های ماهانه بازدهی شرکت‌ها در ۵ بخش براساس اندازه مرتب شده و سپس هر یک از این بخش‌ها به ۵ قسمت براساس ارزش دفتری به بازار مرتب می‌شوند. پس از این تقسیم‌بندی، سبدهای ۵*۵ یا ۲۵تایی به دست می‌آیند. بر این اساس متغیرهای استفاده شده جهت مقایسه الگوهای بتا و عامل تنزیل تصادفی نحوه اندازه‌گیری آن‌ها به شرح زیر هستند:

- بازدهی ماهانه سبدهای ۲۵تایی: ابتدا سبدهای ۲۵تایی موسوم به فاما و فرنچ تشکیل شده و سپس بازدهی هر یک از این سبدها در هر یک از ۲۳۴ ماه از طریق میانگین‌گیری با وزن‌دهی براساس ارزش بازار، محاسبه می‌شوند.

- نرخ سود سپرده (R_f): با توجه به اینکه نرخ سود بانکی به صورت سالانه است و سایر متغیرهای مورد استفاده در این تحقیق به صورت ماهانه در نظر گرفته شده‌اند برای همگن‌سازی داده‌ها و دستیابی به نتایج قابل اتکا، نرخ سود سپرده‌های سرمایه‌گذاری سالانه بانکی به نرخ‌های سود ماهیانه تبدیل و استفاده شده‌اند.
- R_m: بازده کل شاخص بورس اوراق بهادار است و از تغییرات قیمت و بازده نقدی پرداختی متاثر می‌شود[۱].

بازده سهام در این مقاله از طریق فرمول زیر محاسبه می‌شود.

$$\text{بازده سهام} = \frac{\text{مزایای سهام جایزه} + \text{مزایای حق تقدم} + (\text{تفاوت قیمت سهم در اول و آخر سال مالی}) + \text{سود نقدی ناخالص هر سهم}}{\text{آخرین قیمت سهم در آخر سال مالی}}$$

- مازاد بازدهی: تفاوت بازدهی ماهانه سبدها و نرخ بدون ریسک ماهانه است.
- عامل بازار ($R_m - R_f$): مازاد بازده شاخص بازار است و از تفاوت بازده بازار و نرخ بازده بدون ریسک به دست می‌آید.
- عامل اندازه (SMB): صرف اندازه است که از تفاوت بین میانگین بازده‌های پرتفوی سهام شرکت‌های کوچک (به لحاظ اندازه) و پرتفوی سهام شرکت‌های بزرگ محاسبه می‌شود.
- عامل ارزش (HML): صرف ارزش است و از تفاوت میان میانگین بازده‌های پرتفوی سهام شرکت‌های با ارزش دفتری به بازار بالا و ارزش دفتری به بازار پایین محاسبه می‌شود.

جهت پی بردن به ویژگی‌های آزمون‌ها و تقریب‌های مختلف از تکنیک پنجره غلتان استفاده شده است. بر این اساس با توجه به محدودیت‌های آماری و محاسباتی برای مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای، سه طول پنجره از داده‌های نمونه انتخاب می‌شوند. این

۱. این شاخص، تمامی شرکت‌های پذیرفته شده در بورس را دربردارد و شیوه وزن‌دهی و محاسبه آن همانند شاخص کل قیمت (TEPIX) است و تنها تفاوت میان آن دو در شیوه تعدیل آن‌ها است. شاخص قیمت و بازده نقدی بورس تهران با استفاده از فرمول $TEDPIX_t = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{it}Q_{it}}{RD_t} \times 100$ محاسبه می‌شود که در آن، p_{it} قیمت شرکت iام در زمان t، Q_{it} تعداد سهام منتشره شرکت iام در زمان t RD_t پایهٔ شاخص قیمت و بازده نقدی در زمان t که در زمان مبدأ برابر $\sum P_{i0}Q_{i0}$ بوده است.

طول دوره‌ها عبارتند از ۱۱۴، ۸۴ و ۵۴ ماه. همچنین برای مدل سه عاملی، طول پنجره‌های انتخاب شده عبارتند از: ۵۴ و ۳۴ ماه.

٤-۲. روش گشتاورهای تعمیم یافته

فرآیند روش گشتاورهای تعمیم یافته می‌تواند جهت به‌کارگیری مجموعه‌ای از تمرین‌های تخمین و آزمون استفاده شود. پارامترهای $\hat{b}$ برآوردگر ترکیب خطی میانگین‌های نمونه F برابر صفر تعیین می‌شوند (رابطه (۱۲)):

$$\hat{b}: seta_T a_T(\hat{b}) = 0 \qquad (۱۲)$$

به نحوی که (رابطه (۱۳)):

$$q_T(b) \equiv \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} F(x_t, b) \qquad (۱۳)$$

در رابطه (۱۲)، a_T ماتریسی است که مشخص می‌کند کدام ترکیب خطی از $a_T(b)$ برابر صفر تعیین خواهد شد. این تخمین روش گشتاورهای تعمیم یافته را توضیح می‌دهد.

اگر تعداد زیادی گشتاور به اندازه پارامترها وجود داشته باشند، می‌توان هر گشتاور را برابر صفر تعیین کرد؛ هنگامی‌که پارامترهای کمتری نسبت به گشتاورها وجود دارند، رابطه (۱۲) این موضوع را منعکس می‌کند که برخی گشتاورها جهت تخمین پارامترها برابر صفر قرار داده می‌شوند.

هر گاه b به وسیله رابطه $\text{mig}_T\,(b)'\,Wg_T\,(b)$ تخمین زده شود، شرایط مرتبه اول عبارتند از (رابطه (۱۴)):

$$\frac{\partial g'_T}{\partial b} W g_T(b) = 0 \qquad (۱۴)$$

که به با توجه به رابطه (۱۲) به صورت $a_T = {\partial g'_T}/{\partial bW}$ است. فرآیند عادی روش گشتاورهای تعمیم یافته اجازه می‌دهد تا ترکیبات خطی تصادفی از گشتاورها برای تخمین پارامتر برابر صفر تعیین شود.

٤-۳. استخراج الگوهای بتا و عامل تنزیل تصادفی

٤-۳-۱. استخراج الگوی بتا و پارامترهای آن با استفاده از تکنیک روش گشتاورهای تعمیم یافته

براساس مطالعه جاناتان و وانگ (۲۰۰۲)، r_t به عنوان برداری از بازدهی‌های N سهم مازاد بر نرخ بدون ریسک و f_t به عنوان بردار عوامل ریسک فراگیر در کل اقتصاد طی دوره t در نظر گرفته می‌شوند. ماتریس میانگین و کوواریانس عوامل به ترتیب به وسیله μ و Ω نشان داده می‌شوند به نحوی که $\mu = E[f_t]$. بنابراین مدل قیمت‌گذاری خطی استاندارد به شکل بتا به وسیله رابطه (۱۵) بیان می‌شود که در آن δ بردار صرف ریسک عوامل و β ماتریس وزن‌های عوامل است که حساسیت بازدهی دارایی‌ها را نسبت به عوامل ریسک اندازه‌گیری می‌کند و به صورت رابطه (۱۶) تعریف می‌شود.

$$E[r_t] = \delta\beta \qquad (۱۵)$$

$$\beta_{N\times K} = E[r_t(f_t - \mu)']\Omega^{-1} \qquad (۱۶)$$

به طور معادل، می‌توان β را به عنوان یک پارامتر در رگرسیون سری زمانی به صورت رابطه (۱۷) تعریف کرد که باقیمانده ϵ_t دارای میانگین صفر و غیر همبسته با عوامل ریسک f_t است. تصریح مدل قیمت‌گذاری دارایی تحت نمایش بتا در رابطه (۱۵)، محدودیت زیر را بر عرض از مبدا رگرسیون سری زمانی تحمیل می‌کند: $\phi = (\delta - \mu)\beta$.

$$r_t = \phi + \beta f_t + \epsilon_t \qquad (۱۷)$$

با جانشین کردن این محدودیت در معادله رگرسیون، رابطه (۱۸) به دست می‌آید.

$$r_t = (\delta - \mu + f_t)\beta + \epsilon_t \quad \text{که} \quad \begin{cases} E[\epsilon_t] = 0_N \\ E[\epsilon_t f'_t] = 0_{N\times K} \end{cases} \tag{۱۸}$$

بنابراین، نمایش β در رابطه (۱۵) به مدل عاملی در رابطه (۱۸) تبدیل می‌شود. مجموعه شرایط گشتاوری g از مدل عاملی به صورت رابطه (۱۹) تعریف می‌شود.

$$\begin{gathered} E[r_t - (\delta - \mu + f_t)\beta] = 0_N \\ E\big[[r_t - (\delta - \mu + f_t)\beta]f'_t\big] = 0_{N\times K} \end{gathered} \tag{۱۹}$$

هنگامی که عامل ریسک، بازدهی سبدی از دارایی‌های مورد معامله است همانگونه که در مدل‌های چند عاملی نیز این‌گونه است (همانند مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای، مدل سه عاملی فاما و فرنچ و مدل ۴ عاملی کرهارت) می‌توان ثابت کرد که تخمین μ (میانگین نمونه‌ای عامل ریسک)، همان تخمین صرف ریسک δ است. بنابراین، با فرض $\delta = \mu$، شرایط گشتاوری در رابطه (۱۹) به شکل رابطه (۲۰) ساده می‌شود.

$$\begin{gathered} E[r_t - f_t\beta] = 0_N \\ E[(r_t - f_t\beta)f'_t] = 0_{N\times K} \\ E[f_t - \mu] = 0_K \end{gathered} \tag{۲۰}$$

در حالی‌که هیچ‌کدام از متغیرهای δ یا μ در دو محدودیت اول رابطه (۲۰) وجود ندارند، اما ضروری است که تعریف μ به عنوان محدودیت گشتاوری سوم برای تعیین بردار صرف ریسک σ صورت گیرد. اکنون، براساس فرآیند معمول روش گشتاورهای تعمیم یافته، بردار پارامترهای ناشناخته $\theta = [vec(\beta)'\mu']'$ تعریف می‌شود که در آن اپراتور vec، ماتریس $\beta_{N\times K}$ را به وسیله دسته‌بندی ستون‌های آن به بردار تبدیل می‌کند و متغیرهای قابل مشاهده نیز برابر $x_t = [r'_t f'_t]$ هستند. بنابراین، تابع g در محدودیت گشتاوری به وسیله رابطه (۲۱) بیان می‌شود.

$$g(x_t, \theta)_{(N+NK+K)\times 1} = \begin{pmatrix} r_t - f_t\beta \\ vec[(r_t - f_t\beta)f'_t] \\ f_t - \mu \end{pmatrix} \tag{۲۱}$$

برای هر θ، مشابه نمونه‌ای $E[g(x_t, \theta)]$ برابر است با (رابطه (۲۲)):

$$g_T(\theta) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} g(x_t, \theta) \quad (۲۲)$$

سپس، یک استراتژی تخمین طبیعی برای θ آن است که مقادیری انتخاب شوند که $g_T(\theta)$ را تا حد امکان نزدیک به صفر کند. از این رو، θ به نحوی انتخاب می‌شود که رابطه (۲۳) را حل کند.

$$\min_{\theta} g_T(\theta)' W^{-1} g_T(\theta) \quad (۲۳)$$

جهت بررسی اعتبار مدل قیمت‌گذاری که از شرایط گشتاوری رابطه (۲۰) استخراج شده است، می‌توان آزمون کرد که آیا بردار Nتایی آلفاهای جنسن که از طریق رابطه $\alpha = E[r_t] - \delta\beta$ به دست می‌آید، برابر صفر است یا خیر؟ این آزمون می‌تواند با استفاده از آماره j با توزیع مجانبی χ^2 انجام شود. با فرض وجود $N + NK + K$ معادله و $NK + K$ پارامتر شناخته در رابطه (۲۰)، درجه آزادی برابر با N است.

ماتریس کوواریانس خطاهای قیمت‌گذاری، $Cov(g_T)$ به وسیله رابطه (۲۴) ارائه می‌شود:

$$Cov(g_T) = \frac{1}{T}[(I - \beta(\beta'\beta)^{-1}\beta')S(I - \beta(\beta'\beta)^{-1}\beta')] \quad (۲۴)$$

آزمون مدنظر، یک فرم درجه ۲ از بردار خطاهای قیمت‌گذاری است. به ویژه آماره J هنسن[1] (۱۹۸۲) به وسیله روابط (۲۵) قابل محاسبه است.

$$\text{مرحله اول}: g_T(\theta_1)' Cov(g_T)^{-1}\, g_T(\theta_1) \sim \chi_N^2 \quad (۲۵)$$

$$\text{مرحله دوم}: T\, g_T(\theta_2)'^{S^{-1}} g_T(\theta_2) \sim \chi_N^2$$

1. Hansen, L.P.

٤-۳-۲. استخراج الگوی عامل تنزیل تصادفی و پارامترهای آن با استفاده از تکنیک روش گشتاورهای تعمیم‌یافته

جهت استخراج الگوی عامل تنزیل تصادفی از الگوی بتا، ابتدا عبارت β در معادله (۱۶) در رابطه (۱۵) جایگزین شده و سپس به صورت رابطه (۲۶) بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned} E[r_t] - E[r_t\delta'\Omega^{-1}f_t - r_t\delta'\Omega^{-1}\mu'] \\ = E[r_t(1+\delta'\Omega^{-1}\mu - \delta'\Omega^{-1}f_t)] = 0_N \end{aligned} \tag{۲۶}$$

مجدد با فرض $\delta = \mu$ داریم $1 + \delta'\Omega^{-1}\mu = 1 + \mu'\Omega^{-1}\mu \geq 1$. بنابراین، با تقسیم کردن دو طرف به $1 + \delta'\Omega^{-1}\mu$ رابطه (۲۷) را خواهیم داشت.

$$E\left[r_t\left(1 - \frac{\delta'\Omega^{-1}}{1+\delta'\Omega^{-1}\mu}f_t\right)\right] = 0_N \tag{۲۷}$$

اگر بردار صرف ریسک δ به یک بردار پارامترهای جدید λ تبدیل شود، رابطه (۲۸) را خواهیم داشت.

$$\lambda = \frac{\delta'\Omega^{-1}}{1+\delta'\Omega^{-1}\mu} \tag{۲۸}$$

بنابراین الگوی عامل تنزیل تصادفی و شرایط گشتاوری مدل خطی قیمت‌گذاری دارایی به صورت رابطه (۲۹) به دست می‌آیند.

$$E(r_t(1 - \lambda f_t)] = 0_N \tag{۲۹}$$

که در آن متغیر تصادفی $m_t = 1 - f'_t\lambda$ برابر عامل تنزیل تصادفی است، زیرا $E[r_t m_t] = 0$.

با استفاده از شرایط گشتاوری رابطه (۲۹)، می‌توان بردار Nتایی خطاهای قیمت‌گذاری را به صورت رابطه (۳۰) تعریف کرد.

$$\pi = E[r_t] - \lambda E[r_t f_t] \quad (۳۰)$$

حل جبری رابطه (۲۹) به وسیله روش گشتاورهای تعمیم یافته حاصل می‌شود. با نوشتن خطاهای قیمت‌گذاری نمونه به صورت رابطه (۳۱) خواهیم داشت: $d = \frac{-\partial g_T(\lambda)}{\partial \lambda'} = E[r_t f_t]$ که ماتریس گشتاوری مرتبه دوم بازدهی‌ها و عوامل است.

$$g_T(\lambda) = -E(r_t) + \lambda E[r_t f_t] \quad (۳۱)$$

همچنین یک تصریح جایگزین که عامل تنزیل تصادفی را به عنوان یک تابع خطی از عوامل کسر از میانگین تعریف می‌کند، وجود دارد. برای این منظور حرف A را در $\hat{\lambda}$ مورد استفاده قرار داده که اشاره می‌کند، برآوردکننده از تصریح فاقد کسر از میانگین به دست آمده و حرف β نمایانگر آن است که برآوردکننده از تصریح کسر از میانگین حاصل می‌شود.

نسخه جایگزین معادله (۲۹) به صورت رابطه (۳۲) تعریف می‌شود.

$$E\big[r_t[1 - \lambda(f_t - \mu)]\big] = 0_N \quad (۳۲)$$

به طور طبیعی فرآیند حل شرایط گشتاوری در رابطه (۳۲) مشابه با تصریح فاقد کسر از میانگین است.

این الگوی عامل تنزیل تصادفی که در اینجا توصیف شد به عنوان یک الگوی عمومی است که زیرمجموعه‌های فراوانی داشته و می‌توان از آن‌ها تحت عنوان «خانواده الگوهای عامل تنزیل تصادفی» نام برد.

٤-٤. تناظر پارامترهای الگوی بتا و الگوی عامل تنزیل تصادفی

تناظر یک به یک میان δ (از $\theta^{eq(\gamma)}$) و پارامتر λ (از روش عامل تنزیل تصادفی) وجود دارد به نحوی که مقایسه دو روش را تسهیل می‌کند. بنابراین، نه تنها می‌توان λ را به وسیله عامل تنزیل تصادفی برآورد کرد، بلکه این کار را می‌توان به وسیله روش بتا نیز انجام داد. به دلیل مشابهی برآورد δ را نه تنها به وسیله روش بتا، بلکه با روش عامل تنزیل تصادفی

نیز می‌توان انجام داد. بنابراین، جهت سهولت انجام کار، متغیرها با علامت «*» مربوط به تخمین از روش β و با علامت «^» تخمین از روش عامل تنزیل تصادفی را نشان می‌دهند. براساس تعریف قبلی λ در رابطه (۲۸)، رابطه (۳۳) را خواهیم داشت:

$$\lambda = \frac{\delta}{\Omega + \delta\mu'} \quad \text{یا} \quad \delta = \frac{\Omega\lambda}{1 - \mu'\lambda} \qquad (۳۳)$$

به روشی مشابه با جایگزین کردن رابطه (۳۳) در π، می‌توانیم به یک رابطه یک به یک میان π از روش عامل تنزیل تصادفی و α از روش بتا دست یابیم (رابطه (۳۴)):

$$\pi = \frac{\Omega}{\Omega + \delta\mu'}\alpha \quad \text{یا} \quad \alpha = \frac{\Omega + \delta\mu'}{\Omega}\pi \qquad (۳۴)$$

با توجه به اینکه یکی از اهداف مقاله حاضر، ارزیابی عملکرد نمونه‌های محدود این روش‌ها در ارتباط با کارایی پارامترهایشان است، نمی‌توان به طور مستقیم λ را در برابر δ و π را در مقابل α مقایسه کرد، چراکه این پارامترها با واحدهای مختلفی اندازه‌گیری می‌شوند. هر نوع مقایسه مستقیم به دلیل بحث مقیاس و نه لزوما به دلیل تفاوت ذاتی میان روش‌های بتا و عامل تنزیل تصادفی دارای تورش خواهد بود. یک روش جایگزین برای اجتناب از مبحث مقیاس، تبدیل δ به λ و α به π طبق معادلات (۲۲) و (۲۳) است. برای سهولت در تشخیص، تمامی برآوردکننده‌های بتا با نماد * نشان داده می‌شوند

به طور خلاصه، روش بتا، تخمین روش گشتاورهای تعمیم‌یافته از δ^* را ارائه می‌دهد در حالی که روش عامل تنزیل تصادفی تخمین روش گشتاورهای تعمیم‌یافته از λ را به دست می‌دهد. در رویکرد شبیه‌سازی، δ^* به یک برآورد از λ تبدیل شده و سپس واریانس‌های توزیع نمونه‌ای $\hat{\lambda}^*$ و $\hat{\lambda}$ مقایسه می‌شوند. به روشی مشابه، α^* را به تخمین از π تبدیل کرده و سپس کارایی $\hat{\pi}^*$ و $\hat{\pi}$ مورد مقایسه قرار می‌گیرند. همچنین توزیع‌های آزمون هنسن[1] (۱۹۸۲) در خصوص شناسایی بیش از حد با استفاده از آماره J از بتای تبدیل شده $\hat{J}^*$و $\hat{J}$از روش عامل تنزیل تصادفی مقایسه می‌شوند. در این حالت فرضیه صفر بدین صورت است که تمامی خطاهای قیمت‌گذاری برابر صفر است.

1. Sargan Hansen Test

۵. نتایج برآورد الگوهای بتا و عامل تنزیل تصادفی

در این مقاله از مدل یک عاملی با نام مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای و مدل سه عاملی فاما و فرنچ استفاده شده است. در ابتدا مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای را با استفاده از الگوی بتا به روش گشتاورهای تعمیم یافته برآورد کرده و سپس مدل یاد شده با استفاده از الگوی عامل تنزیل تصادفی به روش گشتاورهای تعمیم یافته برآورد می‌شود. همانطور که در قسمت‌های پیشین ذکر شد، هدف از این کار مقایسه پارامترهای اصلی این مدل در دو نوع روش برآورد متفاوت است. بر این اساس عامل صرف ریسک استخراج شده در الگوی بتا به روش گشتاورهای تعمیم یافته (δ) باید با پارامتر اصلی الگوی عامل تنزیل تصادفی (λ) مقایسه شود. همچنین آلفای جنسن در الگوی بتا (α) باید با خطای قیمت‌گذاری در الگوی عامل تنزیل تصادفی (π) مقایسه شوند. همانطور که پیشتر توضیح داده شد هر دو روش بتا و عامل تنزیل تصادفی به وسیله برآورد و آزمون مدل‌های مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای و فاما و فرنچ ارزیابی می‌شوند.

در این بخش نتایج را به طور کامل برای دوره ۱۱۴ ماهه مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای و ۵۴ ماهه مدل سه عاملی فاما و فرنچ بیان کرده و نتایج بقیه دوره‌ها در جمع‌بندی ارائه می‌شوند.

۵-۱. نتایج برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای از طریق الگوهای بتا و عامل تنزیل تصادفی

۵-۱-۱. برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای از طریق الگوی بتا با استفاده از روش گشتاورهای تعمیم یافته

از آنجایی که در مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای تنها یک عامل ریسک سیستماتیک (عامل بازار) وجود دارد و با توجه به تعداد سبدهای تشکیل شده (۲۵ سبد)، از این رو، تعداد ۲۵ ضریب بتا برای هر یک از سبدها به صورت جداگانه وجود خواهد داشت. با توجه به اینکه برای هر ۱۱۴ مورد نمونه‌گیری، پارامترها به صورت جداگانه برآورد می‌شوند از این رو، برای هر یک از ضرایب بتا نیز ۱۱۴ برآورد وجود دارد.

جهت بررسی اعتبار این مدل قیمت‌گذاری، می‌توان از آزمونی که صفر بودن آلفاهای جنسن را بررسی می‌کند، استفاده کرد. این آزمون با استفاده از آماره j با توزیع مجانبی χ^2 انجام می‌شود. در اینجا برای مدل فوق، درجه آزادی آزمون برابر ۲۵ است. نتایج آزمون مورد اشاره به شرح جدول (۱) است.

جدول۱. نتایج آزمون وجود خطای قیمت‌گذاری مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای از طریق الگوی بتا

مدل	الگوی تخمین	روش تخمین	مقدار آماره آزمون J	احتمال آماره آزمون J
قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای	بتا	روش گشتاورهای تعمیم یافته	۱۵۰/۱۷	۲/۲e-۱۶

ماخذ: یافته‌های پژوهش

فرضیه صفر در این آزمون بیانگر عدم وجود خطای قیمت‌گذاری است. همانطور که مشاهده می‌شود فرضیه صفر پذیرفته نمی‌شود. از این رو، در برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای از طریق الگوی بتا با نمونه‌های ۱۱۴ ماهه، خطای قیمت‌گذاری وجود دارد.

همانطور که در قسمت‌های پیشین ذکر شد، یکی از معیارهای مقایسه دو الگوی بتا و عامل تنزیل تصادفی، مقایسه عامل صرف ریسک این دو روش است. در برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه ای از طریق روش گشتاورهای تعمیم یافته به غیر از ضرایب بتا، عامل صرف ریسک (δ) نیز برآورد می‌شود. برای عامل صرف ریسک نیز ۱۱۴ برآورد از ۱۱۴ نمونه به دست می‌آید که در اینجا میانگین آن را به دست می‌آوریم. مقدار میانگین عامل صرف ریسک برابر ۱/۷۷ و واریانس آن برابر ۰/۱۳ است.

معیار دیگر مقایسه دو الگوی بتا و عامل تنزیل تصادفی، مقایسه پارامتر خطای برآورد دو روش است. در الگوی بتا خطای قیمت‌گذاری از طریق رابطه $\alpha = E[r_t] - \delta\beta$ به دست می‌آید. با توجه به اینکه بردار پارامتر β و عامل صرف ریسک δ از طریق برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای به دست می‌آید برای به دست آوردن بردار خطای قیمت‌گذاری α باید عبارت $E[r_t]$ را محاسبه کرد. در عبارت بردار میانگین، بازدهی‌های

سبدهای ۲۵تایی طی دوره زمانی مدنظر است. همانطور که عنوان شد r_t بازدهی‌های سبدهای ۲۵تایی مازاد بر بازده بدون ریسک در هر یک از دوره‌های زمانی در نظر گرفته شده در تحقیق است. بر این اساس تاکنون دو پارامتر اصلی حاصل از برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای؛ یعنی عامل صرف ریسک (δ) و خطای قیمت‌گذاری (α) جهت مقایسه الگوهای بتا و عامل تنزیل تصادفی به دست آمده‌اند. همانگونه که قبلا اشاره شد، این پارامترها را نمی‌توان به صورت مستقیم با پارامترهای الگوی عامل تنزیل تصادفی مقایسه کرد. از این رو، در ادامه و پس از برآورد پارامترهای مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای از طریق الگوی عامل تنزیل تصادفی، جهت مقایسه مستقیم پارامترهای دو الگو، مقادیر به دست آمده از الگوی بتا را به مقادیری تبدیل می‌شوند که قابل مقایسه با الگوی عامل تنزیل تصادفی باشند.

۵-۱-۲. برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای از طریق الگوی عامل تنزیل تصادفی با استفاده از روش گشتاورهای تعمیم یافته

تنها عامل ریسک سیستماتیک در اینجا، عامل بازار است. جدول (۲) نتایج میانگین برآورد λ از طریق مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای و با استفاده از الگوی عامل تنزیل تصادفی و تصریح غیرمرکزی روش گشتاورهای تعمیم یافته را نشان می‌دهد.

جدول ۲. برآورد صرف ریسک مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای با استفاده از تصریح غیرمرکزی الگوی عامل تنزیل تصادفی

شرح	مقدار	واریانس
پارامتر حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\lambda}_1^A$)	۰/۰۸	۰/۰۰۱
پارامتر حاصل از برآوردگر مرحله دوم روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\lambda}_2^A$)	۰/۰۸	۰/۰۰۱

ماخذ: یافته‌های پژوهش

هر دو مقادیر پارامتر λ میانگین نمونه‌های ۱۱۴ تایی (۱۱۴ ماهه) هستند.

وجود خطای قیمت‌گذاری نیز با استفاده از آماره j ارزیابی می‌شود. نتایج این آزمون در جدول (۳) ارائه شده است.

جدول ۳. نتایج آزمون وجود خطای قیمت‌گذاری مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای از طریق تصریح غیرمرکزی الگوی عامل تنزیل تصادفی

مدل	الگوی تخمین	روش تخمین	مقدار آماره آزمون J	احتمال آماره آزمون J
قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای	عامل تنزیل تصادفی	روش گشتاورهای تعمیم یافته- تصریح غیرمرکزی	۸۰/۵۰	۲/٦٣e-۰۸

ماخذ: یافته‌های پژوهش

با توجه به رد شدن فرضیه صفر در این آزمون، از این رو، در برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای از طریق الگوی عامل تنزیل تصادفی با نمونه‌های ۱۱۴ ماهه، خطای قیمت‌گذاری وجود دارد. در جدول (۴) نتایج برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای از طریق الگوی عامل تنزیل تصادفی با استفاده از تصریح مرکزی روش گشتاورهای تعمیم یافته را نشان می‌دهد.

جدول ٤. برآورد صرف ریسک مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای با استفاده از تصریح مرکزی الگوی عامل تنزیل تصادفی

شرح	مقدار	واریانس
پارامتر حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\lambda}_1^B$)	۰/۰۷	۰/۰۰۱
پارامتر حاصل از برآوردگر مرحله دوم روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\lambda}_2^B$)	۰/۰۷	۰/۰۰۲

ماخذ: یافته‌های پژوهش

نتایج مربوط به آزمون وجود خطای قیمت‌گذاری با استفاده از آماره j در جدول (۵) نشان داده می‌شود.

جدول ۵. نتایج آزمون وجود خطای قیمت‌گذاری مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای از طریق تصریح مرکزی الگوی عامل تنزیل تصادفی

مدل	الگوی تخمین	روش تخمین	مقدار آماره آزمون J	احتمال آماره آزمون J
مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای	عامل تنزیل تصادفی	روش گشتاورهای تعمیم یافته تصریح غیر مرکزی	۸۱/۰٦	۱/۷۲e-۰۸

ماخذ: یافته‌های پژوهش

همانطور که مشاهده می‌شود فرضیه صفر که وجود خطای قیمت‌گذاری در الگوی عامل تنزیل تصادفی را بیان می‌دارد، مورد پذیرش قرار نگرفته و وجود خطای قیمت‌گذاری در این برآورد، رد می‌شود. در گام بعد مقدار خطای قیمت‌گذاری در الگوی عامل تنزیل تصادفی (π) را به دست می‌آوریم. عبارت بردار خطاهای قیمت‌گذاری به صورت $\pi = E[r_t] - \lambda E[r_t f_t]$ است.

با توجه به وجود ۴ پارامتر عامل تنزیل تصادفی ($\hat{\lambda}_1^A$، $\hat{\lambda}_2^A$، $\hat{\lambda}_1^B$، $\hat{\lambda}_2^B$)، از این رو، ۴ بردار خطای قیمت‌گذاری به صورت زیر به دست می‌آید.

– در حالت غیر مرکزی و در برآوردگر مرحله اول برای هر یک از پورتفوهای ۲۵گانه مقدار خطا به صورت $\pi_1^A = E[r] - \lambda_1^A E[r_t f_t]$ محاسبه می‌شود. میانگین خطاهای فوق برابر ۰/۱۵– و میانگین واریانس آن‌ها برابر ۰/۷۶ است.

– برای برآوردگر مرحله دوم، بردار خطا به شکل $\pi_2^A = E[r] - \lambda_2^A E[r_t f_t]$ با میانگین خطاهای ۰/۱۴– و میانگین واریانس ۰/۷۵ است.

– در برآورد تصریح مرکزی روش گشتاورهای تعمیم یافته نتایج در دو مرحله و به صورت زیر است:

بردار خطای برآوردگر مرحله اول به صورت $\pi_1^B = E[r] - \lambda_1^B E[r_t f_t]$ با میانگین خطاهای ۰/۲۲ و میانگین واریانس ۱/۶۴ است.

بردار خطای برآوردگر مرحله دوم به صورت $\pi_1^B = E[r] - \lambda_2^B E[r_t f_t]$ با میانگین خطاهای ۰/۳۲ و میانگین واریانس ۱/۹۹ است.

بدین ترتیب متغیرهای مورد نیاز جهت مقایسه مدل سه عاملی با الگوی بتا با استفاده از الگوی عامل تنزیل تصادفی به دست می‌آیند. این متغیرها شامل ۴ پارامتر عامل تنزیل تصادفی ($\hat{\lambda}_1^A$، $\hat{\lambda}_2^A$، $\hat{\lambda}_1^B$، $\hat{\lambda}_2^B$) و ۴ خطای برآورد (π_1^A،π_2^A،π_1^B، π_2^B) هستند. همانگونه که عنوان شد پارامترهای الگوی عامل تنزیل تصادفی باید با عامل صرف ریسک در الگوی بتا (δ) مقایسه شوند. همچنین خطاهای برآورد در الگوی عامل تنزیل تصادفی باید با آلفای جنسن (α) مقایسه شود. بر این اساس، ابتدا صرف ریسک الگوی بتا را به صرف ریسک الگوی عامل تنزیل تصادفی تبدیل می‌کنیم. جدول (۶) نتیجه تبدیل δ به λ را نشان می‌دهد.

جدول ٦. صرف ریسک تبدیل شده از الگوی بتا به الگوی عامل تنزیل تصادفی

شرح	مقدار پارامتر	واریانس
صرف ریسک تبدیل شده از الگوی بتا به الگوی عامل تنزیل تصادفی ($\hat{\boldsymbol{\lambda}}^*$)	۰/۰۵	۰/۰۱

ماخذ: یافته‌های پژوهش

در مرحله بعد، بردار خطای قیمت‌گذاری الگوی بتا را به خطای قیمت‌گذاری الگوی عامل تنزیل تصادفی تبدیل می‌کنیم که میانگین خطاهای آن برابر ۱/۸۵ و میانگین واریانس آن برابر ۴/۷۰ است.

۵-۲. برآورد مدل سه عاملی فاما و فرنچ از طریق الگوهای بتا و عامل تنزیل تصادفی

۵-۲-۱. برآورد مدل سه عاملی فاما و فرنچ از طریق الگوی بتا با استفاده از روش گشتاورهای تعمیم یافته

در مدل سه عاملی فاما و فرنچ سه عامل ریسک سیستماتیک (عامل بازار، عامل ارزش و عامل اندازه) وجود دارد و با توجه به تعداد سبدهای تشکیل شده (۲۰ سبد)، تعداد ۶۰ ضریب بتا برای هر یک از سبدها به صورت جداگانه وجود خواهد داشت. با توجه به دوره

زمانی در نظر گرفته شده (۵۴ ماه)، ۵۴ مورد نمونه‌گیری به صورت جداگانه برای هر یک از پارامترها برآورد می‌شوند. برای هر یک از ضرایب بتا نیز ۵۴ برآورد وجود خواهد داشت. در اینجا میانگین این ضرایب برای هر یک از سبدها محاسبه می‌شود. برای مدل فوق، نتایج وجود خطای قیمت‌گذاری به شرح جدول (۷) با درجه آزادی ۲۰ است.

جدول ۷. نتایج آزمون وجود خطای قیمت‌گذاری مدل سه عاملی از طریق الگوی بتا

مدل	الگوی تخمین	روش تخمین	مقدار آماره آزمون J	احتمال آماره آزمون J
سه عاملی	بتا	روش گشتاورهای تعمیم‌یافته	۳٤/٤۹	۰/۰۲۲۹۸

ماخذ: یافته‌های پژوهش

براساس جدول (۷)، فرضیه صفر مورد پذیرش قرار نمی‌گیرد. از این رو، در برآورد مدل سه عاملی فاما و فرنچ از طریق الگوی عامل تنزیل تصادفی با نمونه‌های ۵۴ ماهه، خطای قیمت‌گذاری وجود دارد.

در برآورد مدل سه عاملی از طریق روش گشتاورهای تعمیم یافته سه عامل صرف ریسک (δ) نیز برآورد می‌شود. این صرف ریسک‌ها به ترتیب برای عوامل ریسک بازار، اندازه و ارزش است. برای هر عامل، ۵۴ برآورد از ۵۴ نمونه به دست می‌آید که در اینجا میانگین آن‌ها را ارائه می‌دهیم.

- مقدار صرف ریسک بازار برابر ۱/۲۷ و واریانس آن برابر ۰/۱۵ است.
- مقدار صرف ریسک اندازه برابر ۱/۱۲ و واریانس آن برابر ۰/۰۸ است.
- مقدار صرف ریسک ارزش برابر ۰/۹۵ و واریانس آن برابر ۰/۱۶ است.

در بخش دیگر، خطای قیمت‌گذاری محاسبه می‌شود. با توجه به اینکه بردار پارامترهای β و عوامل صرف ریسک δ از طریق برآورد مدل سه عاملی با روش گشتاورهای تعمیم یافته به‌دست آمده‌اند برای به‌دست آوردن بردار خطای قیمت‌گذاری α باید عبارت $E[r_t]$ را محاسبه کرد. این عبارت بردار میانگین بازدهی‌های سبدهای ۲۰تایی طی دوره زمانی مدنظر است. همانطور که عنوان شد r_t بازدهی‌های سبدهای ۲۰تایی مازاد بر بازده بدون ریسک در هر یک از دوره‌های زمانی در نظر گرفته شده در تحقیق است. بر این اساس دو

معیار اصلی حاصل از برآورد مدل سه عاملی فاما و فرنچ؛ یعنی عوامل صرف ریسک (δ) و خطای قیمت‌گذاری (α) در الگوی بتا به دست آمدند.

همانگونه که قبلا اشاره شد، این پارامترها را نمی‌توان به صورت مستقیم با پارامترهای الگوی عامل تنزیل تصادفی مقایسه کرد. از این رو، در ادامه و پس از برآورد پارامترهای مدل سه عاملی از طریق الگوی عامل تنزیل تصادفی، جهت مقایسه مستقیم پارامترهای دو الگو، مقادیر به دست آمده از الگوی بتا را به مقادیری که قابل مقایسه با الگوی عامل تنزیل تصادفی باشند، تبدیل می‌کنیم.

۵-۲-۲. برآورد مدل سه عاملی از طریق الگوی عامل تنزیل تصادفی با استفاده از روش گشتاورهای تعمیم یافته

همانگونه که پیشتر اشاره شد λ پارامتر عامل تنزیل تصادفی نام دارد که متناظر با عامل صرف ریسک در الگوی بتا است. این پارامتر در دو حالت برآورد می‌شود: یکی از طریق تصریح غیرمرکزی روش گشتاورهای تعمیم یافته و دیگری از طریق تصریح مرکزی روش گشتاورهای تعمیم یافته. جهت تشخیص تفاوت این دو حالت، تصریح غیرمرکزی را با نماد A ($\hat{\lambda}_1^A$ و $\hat{\lambda}_2^A$) و تصریح مرکزی را با نماد B ($\hat{\lambda}_1^B$ و $\hat{\lambda}_2^B$) نشان می‌دهیم.

در مدل سه عاملی با توجه به تعداد عوامل ریسک برای برآوردگر مرحله اول سه پارامتر و برای برآوردگر مرحله دوم نیز سه پارامتر برآورد می‌شود. جدول (۸) نتایج برآورد مقادیر λ و واریانس آن‌ها را به صورت میانگین از طریق مدل سه عاملی و با استفاده از الگوی عامل تنزیل تصادفی و روش گشتاورهای تعمیم یافته برای تصریح غیرمرکزی نشان می‌دهد.

وجود خطای قیمت‌گذاری نیز با استفاده از آماره j ارزیابی می‌شود. نتایج این آزمون به شرح جدول (۹) است. فرضیه صفر در این آزمون بیانگر وجود خطای قیمت‌گذاری است. همانطور که مشاهده می‌شود در این تصریح غیرمرکزی روش گشتاورهای تعمیم-یافته مدل سه عاملی در الگوی عامل تنزیل تصادفی و برای دوره ۵۴ ماهه، خطای قیمت‌گذاری با کمی اغماض در سطح معنی‌داری ۱۰ درصد وجود دارد.

جدول ۸. برآورد صرف ریسک مدل سه عاملی با استفاده از تصریح غیرمرکزی- الگوی عامل تنزیل تصادفی

شرح	مقدار	واریانس
صرف ریسک بازار حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\boldsymbol{\lambda}}_1^A$)	۰/۰۳	۰/۰۰۰۰٤
صرف ریسک اندازه حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\boldsymbol{\lambda}}_1^A$)	۰/۰٤	۰/۰۰۰۰۲٥۲
صرف ریسک ارزش حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\boldsymbol{\lambda}}_1^A$)	۰/۰۱	۰/۰۰۰۰۷۲٦
صرف ریسک بازار حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\boldsymbol{\lambda}}_2^A$)	۰/۰۱	۰/۰۰۰۰۱۷٦
صرف ریسک اندازه حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\boldsymbol{\lambda}}_2^A$)	-۰/۰۰۲	۰/۰۰۰۱
صرف ریسک اندازه حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\boldsymbol{\lambda}}_2^A$)	۰/۰٤	۰/۰۰۰۰٦

- تمامی مقادیر λ میانگین نمونه‌های ٥٤تایی (٥٤ ماهه) هستند.

ماخذ: یافته‌های پژوهش

جدول ۹. نتایج آزمون وجود خطای قیمت‌گذاری مدل سه عاملی از طریق تصریح غیر مرکزی الگوی عامل تنزیل تصادفی

مدل	الگوی تخمین	روش تخمین	مقدار آماره آزمون J	احتمال آماره آزمون J
سه عاملی	عامل تنزیل تصادفی	روش گشتاورهای تعمیم یافته تصریح غیر مرکزی	۲۰/٥۱	۰/۱۱

ماخذ: یافته‌های پژوهش

جدول (۱۰) برآورد مقادیر λ و واریانس آن‌ها را به صورت میانگین از طریق مدل سه عاملی و با استفاده از الگوی عامل تنزیل تصادفی و روش گشتاورهای تعمیم یافته برای تصریح مرکزی نشان می‌دهد.

جدول ۱۰. برآورد صرف ریسک مدل سه عاملی با استفاده از تصریح مرکزی- الگوی عامل تنزیل تصادفی

شرح	مقدار	واریانس
صرف ریسک بازار حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\lambda}_1^B$)	۰/۰۳	۰/۰۰۰۰۵
صرف ریسک اندازه حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\lambda}_1^B$)	۰/۰۵	۰/۰۰۰۰۳
صرف ریسک ارزش حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\lambda}_1^B$)	۰/۰۱	۰/۰۰۰۱
صرف ریسک بازار حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\lambda}_2^B$)	۰/۰۱	۰/۰۰۰۰۲
صرف ریسک اندازه حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\lambda}_2^B$)	۰/۰۰۵	۰/۰۰۰۱
صرف ریسک ارزش حاصل از برآوردگر مرحله اول روش گشتاورهای تعمیم یافته ($\hat{\lambda}_2^B$)	۰/۰٤	۰/۰۰۰۰٦

ماخذ: یافته‌های پژوهش

نتایج مربوط به آزمون وجود خطای قیمت‌گذاری با استفاده از آماره J در جدول (۱۱) نشان داده می‌شود.

جدول ۱۱. نتایج آزمون وجود خطای قیمت‌گذاری مدل سه عاملی از طریق تصریح مرکزی الگوی عامل تنزیل تصادفی

مدل	الگوی تخمین	روش تخمین	مقدار آماره آزمون J	احتمال آماره آزمون J
سه عاملی	عامل تنزیل تصادفی	روش گشتاورهای تعمیم یافته تصریح مرکزی	۲۰/۵۹	۰/۱۱

ماخذ: یافته‌های پژوهش

براساس جدول (۱۱)، مشابه تصریح غیرمرکزی برای مدل سه عاملی در الگوی عامل تنزیل تصادفی و دوره ۵۴ ماهه، خطای قیمت‌گذاری با کمی اغماض در سطح معنی‌داری ۱۰ درصد وجود دارد.

در گام بعد مقدار خطای قیمت‌گذاری (π) را به دست می‌آوریم. همان طور که پیشتر اشاره شد عبارت بردار خطاهای قیمت‌گذاری به صورت $\pi = E[r_t] - \lambda E[r_t f_t]$ است:

با توجه به وجود ۴ پارامتر عامل تنزیل تصادفی یا همان عامل صرف ریسک ($\hat{\lambda}_1^A$، $\hat{\lambda}_2^A$، $\hat{\lambda}_1^B$، $\hat{\lambda}_2^B$)، از این رو، ۴ بردار خطای قیمت‌گذاری به دست می‌آید. در تصریح غیرمرکزی الگوی عامل تنزیل تصادفی و در برآوردگر مرحله اول برای هر یک از پورتفوهای ۵گانه مقدار خطا به صورت دو مرحله‌ای محاسبه می‌شود:

بردار خطای مرحله اول به صورت $\pi_1^A = E[r] - \lambda_1^A E[r_t f_t]$ با میانگین خطاهای ۰/۲۳ و میانگین واریانس ۰/۲۳ است و بدین ترتیب برای بقیه حالت‌ها نیز بردار خطا را می‌توان به دست آورد.

بردار خطای برآوردگر مرحله دوم به صورت $\pi_2^A = E[r] - \lambda_2^A E[r_t f_t]$ با میانگین خطاهای ۲/۱۵ و میانگین واریانس ۶/۱۷ است.

همچنین نتایج برآورد تصریح مرکزی روش گشتاورهای تعمیم یافته برای مدل سه عاملی فاما و فرنچ به صورت زیر است:

بردار خطای برآوردگر مرحله اول به صورت $\pi_1^B = E[r] - \lambda_1^B E[r_t f_t]$ با میانگین خطاهای ۰/۲۸ و میانگین واریانس ۰/۲۵ است.

بردار خطای برآوردگر مرحله دوم به صورت $\pi_2^B = E[r] - \lambda_2^B E[r_t f_t]$ با میانگین خطاهای ۲/۱۸ و میانگین واریانس ۹/۹۹ است.

بدین ترتیب متغیرهای مورد نیاز جهت مقایسه مدل سه عاملی با الگوی بتا با استفاده از الگوی عامل تنزیل تصادفی به دست می‌آیند. این متغیرها شامل ۴ پارامتر صرف ریسک الگوی عامل تنزیل تصادفی ($\hat{\lambda}_1^A$، $\hat{\lambda}_2^A$، $\hat{\lambda}_1^B$، $\hat{\lambda}_2^B$) و ۴ خطای برآورد (π_1^A،π_2^A،π_1^B، π_2^B) است.

در بخش‌های قبل اشاره شد که نمی‌توان به طور مستقیم λ را در برابر δ و π را در مقابل α مقایسه کرد، چراکه این پارامترها با واحدهای مختلفی اندازه‌گیری می‌شوند. یک روش جایگزین برای اجتناب از مبحث مقیاس، تبدیل δ به λ و α به π است. ابتدا صرف ریسک‌های الگوی بتا به صرف ریسک‌های الگوی عامل تنزیل تصادفی تبدیل می‌شود. جدول (۱۲) نتایج تبدیل δ به λ را که به صورت میانگین هستند، نشان می‌دهد.

جدول ۱۲. برآورد صرف ریسک تبدیل شده از الگوی بتا به الگوی عامل تنزیل تصادفی

شرح	مقدار پارامتر	واریانس
صرف ریسک عامل بازار تبدیل شده از الگوی بتا به الگوی عامل تنزیل تصادفی ($\hat{\boldsymbol{\lambda}}^*$)	۰/۰۸	۰/۰۰۰۰۵
صرف ریسک عامل اندازه تبدیل شده از الگوی بتا به الگوی عامل تنزیل تصادفی ($\hat{\boldsymbol{\lambda}}^*$)	۰/۰۴	۰/۰۰۰۱
صرف ریسک عامل ارزش تبدیل شده از الگوی بتا به الگوی عامل تنزیل تصادفی ($\hat{\boldsymbol{\lambda}}^*$)	۰/۱۰	۰/۰۰۰۱

ماخذ: یافته‌های پژوهش

حال بردار خطای قیمت‌گذاری الگوی بتا به خطای قیمت‌گذاری الگوی عامل تنزیل تصادفی تبدیل می‌شود. میانگین خطاهای فوق برابر ۰/۰۶ و میانگین واریانس آن‌ها برابر ۰/۰۶۷ است.

جهت بررسی تفاوت‌های ذاتی بین روش‌ها، بهتر است به جای خطاهای استاندارد از خطاهای استاندارد نسبی مانند $\sigma_r(\lambda) = \sigma(\lambda)/E(\lambda)$ استفاده شود. بر این اساس معیاری صحیح از کارایی نسبی روش‌ها به دست می‌آید. جدول (۱۳) عملکرد روش‌های بتا و عامل تنزیل تصادفی را در برآورد خطای استاندارد نسبی صرف ریسک از طریق مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای نشان می‌دهد.

جدول ۱۳. خطاهای استاندارد نسبی صرف ریسک‌ها برای مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای

T	$\sigma_r(\hat{\lambda}_1^A)/\sigma_r(\hat{\lambda}^*)$	$\sigma_r(\hat{\lambda}_2^A)/\sigma_r(\hat{\lambda}^*)$	$\sigma_r(\hat{\lambda}_1^B)/\sigma_r(\hat{\lambda}^*)$	$\sigma_r(\hat{\lambda}_2^B)/\sigma_r(\hat{\lambda}^*)$
۱۱۴	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۳	۰/۳۱
۸۴	۰/۲۸	۰/۲۶	۰/۲۶	۰/۵۶
۵۴	۰/۷۴	۰/۷۴	۰/۷۵	۱/۲۳

ماخذ: یافته‌های پژوهش

نسبت‌های نزدیک به ۱ درجه بالایی از تشابه کارایی دو روش در برآورد λ را نشان می‌دهد. نسبت‌های بیشتر از ۱ حاکی از آن است که روش بتا کارایی بیشتری نسبت به روش عامل تنزیل تصادفی در استباط روی برآوردکننده‌های λ دارد. بر این اساس با توجه به نتایج جدول (۱۳) برای هر سه طول دوره‌های ۱۱۴، ۸۴ و ۵۴ روش عامل تنزیل تصادفی،

خطاهای استاندارد نسبی کمتری نسبت به روش بتا در برآورد مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای دارد. بنابراین، روش عامل تنزیل تصادفی کارایی بالاتری نسبت به روش بتا دارد.

بررسی دقیق‌تر جدول (۱۳) نشان می‌دهد برآوردکننده‌های مرحله اول روش عامل تنزیل تصادفی، کاراتر از برآوردکننده‌های مرحله دوم هستند. همچنین با توجه به نتایج، حالت غیرمرکزی روش عامل تنزیل تصادفی، کاراتر از حالت مرکزی این روش در برآورد صرف ریسک است.

رهیافت اصلی دیگر درخصوص مقایسه خطاهای نسبی استاندارد، مربوط به مدل قیمت‌گذاری سه عاملی فاما و فرنچ است. جدول (۱۴) خطاهای استاندارد نسبی صرف ریسک روش بتا و عامل تنزیل تصادفی را برای مدل سه عاملی با به‌کارگیری پورتفولیوهای ۲۰تایی فاما و فرنچ در دو طول دوره ۵۴ و ۳۴ ماه برای بازه زمانی سال‌های ۱۳۷۹ تا ۱۳۹۸ نشان می‌دهد. خطاهای استاندارد نسبی صرف ریسک برای هر سه عامل ریسک سیستماتیک بازار، اندازه و ارزش محاسبه شده است.

جدول ١٤. خطاهای استاندارد نسبی صرف ریسک‌ها برای مدل سه عاملی

T	$\sigma_r(\hat{\lambda}_1^A)/\sigma_r(\hat{\lambda}^*)$	$\sigma_r(\hat{\lambda}_2^A)/\sigma_r(\hat{\lambda}^*)$	$\sigma_r(\hat{\lambda}_1^B)/\sigma_r(\hat{\lambda}^*)$	$\sigma_r(\hat{\lambda}_2^B)/\sigma_r(\hat{\lambda}^*)$
عامل بازار				
٥٤	٢/٢٩	٥/١١	٢/٦٧	٤/٥٧
٣٤	٢/٣٣	٢/٨٠	٢/٣٣	١/٤٠
عامل اندازه				
٥٤	٠/٥	-٢٠	٠/٤	٨
٣٤	٠/٦٧	-١١/٦٢	٠/٧٥	-٧٥
عامل ارزش				
٥٤	٨	١/٩٤	١٠	٢
٣٤	٨	١/١٠	٨	١/٤٠

ماخذ: یافته‌های پژوهش

همانطور که مشاهده می‌شود جدول (۱۴) متناسب با سه عامل ریسک بازار، اندازه و ارزش از سه بخش تشکیل شده است. درخصوص عامل بازار برای هر دو طول دوره ۵۴ و

۳۴ ماه، خطای استاندارد نسبی برآوردکننده‌های روش بتا کمتر از روش عامل تنزیل تصادفی است. بنابراین، روش بتا، کارایی بیشتری نسبت به روش عامل تنزیل تصادفی دارد. در روش عامل تنزیل تصادفی، حالت مرکزی، دارای کارایی بیشتری نسبت به حالت غیرمرکزی در برآورد صرف ریسک است. همچنین برآوردکننده‌های مرحله اول روش عامل تنزیل تصادفی کاراتر از برآوردکننده‌های مرحله دوم هستند.

در مورد عامل اندازه نتایج تا حدی متفاوت از عامل بازار است. در اینجا برآوردکننده‌های مرحله اول روش عامل تنزیل تصادفی کارایی بیشتری نسبت به روش بتا دارند و برآوردکننده‌های مرحله دوم دارای کارایی کمتری از روش بتا هستند. بنابراین، درخصوص عامل اندازه، روش بتا دارای برتری کامل نسبت به روش عامل تنزیل تصادفی به لحاظ کارایی نیست. بدیهی است برآوردکننده‌های مرحله اول کارایی بیشتری نسبت به برآوردکننده‌های مرحله دوم دارند.

در مورد عامل ارزش، کلیت نتایج با عامل بازار یکسان است. در این عامل برای هر دو طول دوره ۵۴ و ۳۴ ماه، خطای استاندارد نسبی برآوردکننده‌های روش بتا کمتر از روش عامل تنزیل تصادفی است به نحوی که خطای استاندارد نسبی برآوردکننده‌های روش عامل تنزیل تصادفی در برخی موارد بیش از ۵ برابر خطای استاندارد نسبی برآوردکننده روش بتا است که تفاوت قابل ملاحظه‌ای است. بنابراین، روش بتا، کارایی بیشتری نسبت به روش عامل تنزیل تصادفی دارد. همچنین برآوردکننده‌های مرحله دوم روش عامل تنزیل تصادفی کارایی بیشتری نسبت به برآوردکننده‌های مرحله اول دارند. علاوه بر این، حالت غیرمرکزی روش عامل تنزیل تصادفی در عامل ارزش، دارای کارایی بیشتری نسبت به حالت مرکزی این روش در برآورد صرف ریسک است.

نتایج فوق نشان می‌دهد کارایی روش بتا در دو عامل بازار و ارزش به طور مطلق بیشتر از روش عامل تنزیل تصادفی (عامل تنزیل تصادفی) است و در خصوص عامل اندازه نیز روش بتا کارایی بیشتری نسبت به برآوردکننده‌های مرحله دوم روش عامل تنزیل تصادفی دارد. بنابراین، می‌توان عنوان کرد روش بتا در مدل سه عاملی فاما و فرنچ کارایی بیشتری نسبت به روش عامل تنزیل تصادفی دارد.

۵-۲-۳. مقایسه پایداری روش‌های بتا و عامل تنزیل تصادفی

در این بخش از برآوردهای خطای قیمت‌گذاری $\hat{\pi}$ و $\hat{\pi}^*$ و خطاهای استاندارد متناظر با آن‌ها $\sigma(\hat{\pi})$ و $\sigma(\hat{\pi}^*)$ استفاده کرده و خطاهای استاندارد نسبی خطای قیمت‌گذاری محاسبه و در ادامه آماره‌های $\hat{J}$ و $\hat{J}^*$ مرتبط با آن‌ها بررسی می‌شوند. در مقایسه روش‌های بتا و عامل تنزیل تصادفی، روشی پایدارتر است که خطای استاندارد مربوط به خطای قیمت‌گذاری آن روش کمتر باشد. جدول (۱۵)، خطاهای استاندارد نسبی خطای قیمت‌گذاری مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای را نشان می‌دهد.

جدول ۱۵. خطاهای استاندارد نسبی خطای قیمت‌گذاری مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای

T	$\sigma_r(\hat{\pi}_1^A)/\sigma_r(\hat{\pi}^*)$	$\sigma_r(\hat{\pi}_2^A)/\sigma_r(\hat{\pi}^*)$	$\sigma_r(\hat{\pi}_1^B)/\sigma_r(\hat{\pi}^*)$	$\sigma_r(\hat{\pi}_2^B)/\sigma_r(\hat{\pi}^*)$
١١٤	−٤/٩٥	−٥/٢٧	٤/٩٦	٣/٧٦
٨٤	−٢/٥٤	−٢/٥٤	−٣٣/٢٩	٨/٩٠
٥٤	−٢/٧٧	−٢/٩٧	−٤/٧٥	−١٢٤/٦٠

ماخذ: یافته‌های پژوهش

براساس جدول (۱۵)، در تمامی دوره‌ها، مقادیر خطاهای استاندارد نسبی روش عامل تنزیل تصادفی بیشتر از خطاهای استاندارد نسبی روش بتا است. همچنین برآوردکننده مرحله اول حالت غیرمرکزی روش عامل تنزیل تصادفی برای تمامی دوره‌ها پایدارتر از برآوردکننده مرحله دوم است.

با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان عنوان کرد که در مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای، روش بتا پایدارتر از روش عامل تنزیل تصادفی است.

در بخش بعد، مقایسه پایداری روش‌های بتا و عامل تنزیل تصادفی را برای مدل سه عاملی فاما و فرنچ بررسی می‌کنیم. جدول (۱۶)، خطاهای استاندارد نسبی خطای قیمت‌گذاری مدل سه عاملی فاما و فرنچ را برای دوره‌های ۵۴ و ۳۴ ماه نمایش می‌دهد.

جدول ١٦. خطاهای استاندارد نسبی خطای قیمت‌گذاری مدل سه عاملی

T	$\sigma_r(\hat{\pi}_1^A)/\sigma_r(\hat{\pi}^*)$	$\sigma_r(\hat{\pi}_2^A)/\sigma_r(\hat{\pi}^*)$	$\sigma_r(\hat{\pi}_1^B)/\sigma_r(\hat{\pi}^*)$	$\sigma_r(\hat{\pi}_2^B)/\sigma_r(\hat{\pi}^*)$
٥٤	٠/٤٨	٠/٢٧	٠/٤١	٠/٣٣
٣٤	٠/٨٨	١	٠/٧١	١/١٣

ماخذ: یافته‌های پژوهش

براساس جدول (۱۶)، خطاهای استاندارد نسبی خطای قیمت‌گذاری روش عامل تنزیل تصادفی در هر دو دوره ۵۴ و ۳۴ ماه از خطاهای استاندارد نسبی خطای قیمت‌گذاری روش بتا کمتر است. این تفاوت برای برآوردکننده‌های مرحله اول روش عامل تنزیل تصادفی در دوره ۵۴ ماهه، کمتر از نصف و برای برآوردکننده‌های مرحله دوم کمتر از یک سوم است. با توجه به نکات ذکر شده، با اطمینان کامل می‌توان عنوان کرد در مدل سه عاملی فاما و فرنچ، روش عامل تنزیل تصادفی پایدارتر از روش بتا است.

در ادامه نتایج آزمون تصریح برای دو الگوی بتا و عامل تنزیل تصادفی که از طریق محاسبه مقادیر عدم پذیرش آماره j به دست آمده بود –تحت فرضیه صفر که مدل برقرار است– را بررسی می‌کنیم. نتایج برای مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای در جدول (۱۷) آمده است.

جدول ١٧. نتایج آزمون‌های تصریح برای مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای

<table>
<tr><th>T</th><th>$\hat{J}^*$</th><th>$\hat{J}_1^A$</th><th>$\hat{J}_2^A$</th><th>$\hat{J}_1^B$</th><th>$\hat{J}_2^B$</th></tr>
<tr><td>١١٤</td><td>١٥٠/١٧</td><td colspan="2">٨٠/٥٠</td><td colspan="2">٨٠/٠٦</td></tr>
<tr><td>٨٤</td><td>١٠٧/٨٢</td><td colspan="2">٤٣/٨٣</td><td colspan="2">٤٣/٨٧</td></tr>
<tr><td>٥٤</td><td>١٠٤/٣١</td><td colspan="2">٣٢/٣٧</td><td colspan="2">٣٢/٤٧</td></tr>
</table>

ماخذ: یافته‌های پژوهش

همانطور که از جدول (۱۷) مشاهده می‌شود در مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای روش بتا دارای آزمون‌های تصریح بهتری نسبت به روش عامل تنزیل تصادفی است. این نتیجه با نتیجه به دست آمده از جدول (۱۵) سازگار است، چراکه خطای قیمت‌گذاری کاراتر منجر به آزمون‌های تصریح بهتری می‌شود. نتایج آزمون‌های تصریح برای مدل سه عاملی فاما و فرنچ نیز به شرح جدول (۱۸) است. این نتایج نیز با نتایج حاصل شده از مقایسه

خطاهای استاندارد نسبی خطای قیمت‌گذاری مدل سه عاملی که در جدول (۱۶) آمده است، مطابقت دارد.

جدول ۱۸. آزمون‌های تصریح برای مدل سه عاملی فاما و فرنچ

T	$\hat{J}^{*}$	$\hat{J}_1^A$	$\hat{J}_2^A$	$\hat{J}_1^B$	$\hat{J}_2^B$
٥٤	٣٤/٤٩	٤٠/٦٢		٥١/٣٨	
٣٤	٢١/٢٩	٣٢/١١		٢٧/٠٢	

ماخذ: یافته‌های پژوهش

٦. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

با توجه به گستردگی کاربرد مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی در پژوهش‌های نظری و تجربی حوزه‌های مالی و اقتصاد، دستیابی به نتایج و برآوردهای صحیح‌تر از این مدل‌ها حائز اهمیت است. با توجه به تمرکز قریب به اتفاق مطالعات داخلی بر الگوی قیمت‌گذاری بتا در این مقاله، کارایی و پایداری الگوی یاد شده با الگوی عامل تنزیل تصادفی به ترتیب از طریق پارامتر صرف ریسک و خطای قیمت‌گذاری مقایسه شده است.

نتایج به دست آمده درخصوص کارایی روش‌های بتا و عامل تنزیل تصادفی نشان می‌دهند که برای مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای روش عامل تنزیل تصادفی کاراتر از روش بتا است. همچنین در این مدل، برآوردکننده‌های مرحله اول روش عامل تنزیل تصادفی، کاراتر از برآوردکننده‌های مرحله دوم هستند. در مدل سه عاملی فاما و فرنچ، نتایج برای هر یک از عوامل ریسک به طور جداگانه وجود دارد. برای عامل بازار کارایی روش بتا بیشتر از روش عامل تنزیل تصادفی است. برای عامل اندازه، نتایج تا حدی متفاوت است به نحوی که برآوردکننده‌های مرحله اول روش عامل تنزیل تصادفی کارایی بیشتری نسبت به روش بتا دارند و برآوردکننده‌های مرحله دوم دارای کارایی کمتری از روش بتا هستند. درخصوص عامل ارزش نیز روش بتا دارای کارایی بیشتری نسبت به روش عامل تنزیل تصادفی در هر دو دوره و در تمامی حالت‌ها است.

نتایج مربوط به خطاهای استاندارد نسبی خطای قیمت‌گذاری مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای نشان می‌دهد خطاهای استاندارد نسبی روش عامل تنزیل تصادفی بیشتر از روش بتا هستند و از این رو، روش بتا پایدارتر از روش عامل تنزیل تصادفی است. در مدل سه

عاملی فاما و فرنچ، خطاهای استاندارد نسبی خطای قیمت‌گذاری روش عامل تنزیل تصادفی در هر دو دوره نمونه ۵۴ و ۳۴ ماه از خطاهای استاندارد نسبی خطای قیمت‌گذاری روش بتا کمتر است. بنابراین، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که برای مدل سه عاملی فاما و فرنچ، روش عامل تنزیل تصادفی پایدارتر از روش بتا است.

در مجموع با توجه به نتایج تحقیق، می‌توان عنوان کرد هیچ‌یک از الگوهای بتا و عامل تنزیل تصادفی برتری مطلق و کامل نسبت به یکدیگر ندارند. در زمینه کارایی، الگوی بتا عملکرد بهتری نسبت به الگوی عامل تنزیل تصادفی دارد و این الگو در برآورد صرف ریسک کارایی بیشتری نسبت به الگوی عامل تنزیل تصادفی دارد. پایداری الگوی عامل تنزیل تصادفی بیشتر از الگوی بتا است و این الگو خطای قیمت‌گذاری کمتری از الگوی بتا دارد.

بررسی نتایج مطالعات خارجی نشان می‌دهد که در سه مطالعه خارجی انجام شده جاناتان و وانگ (۲۰۰۱)، گاست و زیمرمن (۲۰۱۴) و پناراندا و سنتانا (۲۰۱۴) روش‌های بتا و عامل تنزیل تصادفی دقت یکسانی در برآورد صرف ریسک و یا خطاهای قیمت‌گذاری دارند. در سه مطالعه خارجی کان و ژو (۲۰۰۲)، لوزانو و رابیو (۲۰۰۹) و گارت و هاید (۲۰۱۱)، روش بتا کارایی بیشتری در برآورد صرف ریسک نسبت به روش عامل تنزیل تصادفی دارد. در مطالعه گارت و هاید (۲۰۱۱)، روش بتا پایداری کمتری در برآورد خطای قیمت‌گذاری نسبت به روش عامل تنزیل تصادفی دارد. بنابراین، مقایسه نتایج مطالعه حاضر در خصوص مدل سه عاملی فاما و فرنچ با مطالعات فوق نشان می‌دهد این پژوهش با چهار مطالعه کان و ژو (۲۰۰۲)، لوزانو و رابیو (۲۰۰۹)، گارت و هاید (۲۰۰۹) و گارت و هاید (۲۰۰۹) مطابقت دارد، چراکه در این مطالعات روش بتا کارایی بیشتری و پایداری کمتری نسبت به روش عامل تنزیل تصادفی دارد. این موضوع برای مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای صحیح نبوده و نتیجه برعکس است.

با توجه به موارد عنوان شده، پیشنهاد می‌شود پژوهش‌های آتی در این زمینه، روی سایر مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی از جمله مدل چهار عاملی کرهارت، مدل قیمت‌گذاری دارایی بر مبنای مصرف، مدل پنج عاملی فاما و فرنچ و... انجام شوند. همچنین با توجه به اهمیت موضوع قیمت‌گذاری صحیح سهام در بازار سرمایه به مسئولین سازمان بورس و

اوراق بهادار توصیه می‌شود کارگزاری‌های بورسی و سهامداران را به استفاده از روش‌های علمی و جدید همانند روش بتا و یا عامل تنزیل تصادفی جهت ارزیابی صحیح‌تر قیمت سهام شرکت‌ها جهت سرمایه‌گذاری در آن‌ها ترغیب کنند.

تعارض منافع

تعارض منافع وجود ندارد.

سپاسگزاری

از اساتید محترم که با سعه صدر و گشاده‌رویی هدایت این مقاله رو پذیرفتند، تشکر و قدردانی می‌نمایم.

ORCID

Hossein Talakesh Naeini https://orcid.org/0000-0002-6612-2292
Reza Taleblou http://orcid.org/0000-0002-8679-2920
Teymor Mohammadi http://orcid.org/0000-0003-4394-774X
Parisa Mohajeri http://orcid.org/0000-0001-7971-0678

منابع

امیرحسینی، زهرا و خسروبانی، مصطفی. (۱۳۸۸). مقایسه توان تبیین مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای تجدیدنظر شده با مدل سه عاملی فاما و فرنچ در پیش‌بینی بازده مورد انتظار. *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، ۲ (۴)، ۳۹-۲۵.

بدری، احمد، رجب‌زاده، علی، و میثاقی فاروجی، جواد. (۱۳۸۹). *مقایسه بین مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای، سه عاملی فاما و فرنچ و شبکه‌های عصبی مصنوعی در پیش‌بینی بازار سهام ایران*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه شهید بهشتی.

بزرگ اصل، موسی و مسجد موسوی، میرسجاد. (۱۳۹۷). مقایسه توان توضیحی مدل سه عاملی فاما و فرنچ و مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای با تاکید بر چرخه زندگی شرکت، *پژوهش‌های تجربی حسابداری*، ۸(۳۰)، ۳۴۴-۳۲۱.

بودی، زوی، کین، الکس و مارکوس، آلان، جی.(۱۳۹۱). *مدیریت سرمایه‌گذاری*. مجید شریعت‌پناهی، روح اله فرهادی و محمد ایمنی‌فر. چاپ دوازدهم. تهران: انتشارات بورس.

رستمیان، فروغ، جوانبخت، شاهین. (۱۳۸۹). مقایسه کارایی مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای با مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف در بورس اوراق بهادار تهران. *مطالعات تجربی حسابداری مالی*، ۸ (۳۱) ، ۱۵۷-۱۴۳.

رمضـانی، جواد و کامیابی، یحیی. (۱۳۹۶)، بررسـی تاثیر عامل شتاب بر قابلیت توضیح دهندگی مدل پنج عاملی در تبیین بازده سهام، *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، ۱۰ (۳۶) ، ۵۷-۴۵.

رمضانی، جواد و کامیابی، یحیی. (۱۳۹۶)، مقایسه مدل شش عاملی با مدل‌های قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای در تبیین بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار، *پژوهش‌های اقتصادی ایران*، ۲۲ (۷۰)، ۲۳۱-۲۰۷.

عبده تبریزی، حسین و بلندنظر، غلامرضا. (۱۳۹۷). *فرهنگ اصطلاحات مالی و سرمایه‌گذاری*.

علیزاده، صدیقه، شهیکی‌تاش، محمدنبی و روشن، رضا. (۱۳۹۹). مقایسه تطبیقی الگوهای قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای مبتنی بر مصرف در بازار سرمایه ایران(رویکرد رگرسیون دو مرحله‌ای فاما و مکبث)، *اقتصاد مالی*، ۱۴ (۵۰)، ۹۰- ۶۳ .

فابوزی، فرانک جی، نیو، ادوین اچ و زو، گوفو. (۱۳۹۴). *اقتصادمالی*. ترجمه رضا طالبلو و بهاره عریانی. چاپ سوم. تهران: انتشارات سمت.

مجتهدزاده، ویدا و رباط میلی، مژگان. (۱۳۸۶). مقایسه عملکرد مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای با مدل سه عاملی فاما و فرنچ در پیش بینی بازده مورد انتظار در بورس اوراق بهادار تهران، *دانش و پژوهش حسابداری*، ۱۰، ۲۱-۱۴.

References

Abdo Tabrizi, H., & Bolandnazar, GH. (2018). *AN english – farsi dictionary of finance and investment.*

Alizadeh, S., Shahikitash, M.N, & Roshan, R. (2020). Comparative comparison of the consumption-based capital asset pricing models in Tehran Stock Exchange (Two-step Regression Model of Fama and Macbeth Approach). *Journal of Financial Economics*, *14(50)*, 63-90.

Amirhosseini, Z., & Khosraviani, M. (2009). Comparision between r-campand and fama and french three- factor model in predicting the expected return in Tehran Stock Exchange, *Journal of Finantcial Knowledge of Securities Analysis*, *2(4)*, 25-39.

Back, K.E. (2017). *Asset pricing and portfolio choice theory*. Oxford University Press.

Badri, A., Rajabzadeh, A., & Misaghi Farouji, J. (2008). *Comparision between capital asset pricing model (CAPM), fama and french three- factor model and*

Artificial Neural Network in predicting the return in Tehran Stock Exchange. Master's thesis. Shahid Beheshti University.

Black, F., Jensen, M., & Scholes, M.S. (1972). The capital asset pricing model: Some empirical tests. Studies in theory of capital markets. Jensen, Ed. New York: *Preager Publishers.17,* 79-121.

Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. (2021). *Investments*. Shariatpanahi, M., Farhadi, R.A., & Eimenifar, M. 12th Edition. Tehran:

Bozorg Asl, M., & Mosajed Mousavi, M.S. (2019). Explanatory power of fama and french three-factor model vs capital asset pricing model focusing on firms' life cycle, *Journal of Empirical Research in Accounting, 8(30),* 321-344.

Carhart, M.M. (1997). On persistence in mutual fund performance. *Journal of Finance, 52(1),* 57-82.

Cochrane, J.H. (2000). A resurrection of the stochastic discount factor / GMM methodology. *Working Paper*, Graduate school of business, University of Chicago.

Cochrane, J.H. (2005). *Asset pricing - Revised Edition*. Princeton University Press.

Fabozzi, F.J., Neave, E.H., & Zhou, Z. (2017). *Financial economics.* Taleblou, R., & Oryani, B. 3th Edition. Tehran:Samt.

Fama, E.F. & French, K.R. (1992). The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance, 47(2),* 427-465.

Fama, E.F., & French, K.R. (1992). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, *33(1),* 3-56.

Fama, E.F., & MacBeth, J.D. (1973). Risk return and equilibrium: empirical tests. *Journal of Financial Political Economy, 81(3), 607- 636.*

Fama, E. F. & French, K. R. 2015. A five-factor asset-pricing model. *Journal of Financial Economics*, *116,* 1-22.

Farnsworth, H., Ferson, W., Jackson, D. & Todd, S. (2002). Performance evaluation with stochastic discount factors. *Journal of Business*, *75(3),* 473-503.

Ferson, W.E., & Jagannathan, R. (1996). Econometric evaluation of asset pricing models. G. S. Maddala and C. R. Rao, Eds. *Handbook of Statistics*, Vol. 14: Statistical Methods in Finance. Elsevier.

Garrett, I., Hyde, S., & Lozano,m. (2011). Trade-offs between effciency and robustness in the empirical evaluation of asset pricing models. *Working paper*, The University of Manchester Research.

Gusset, J., & Zimmermann H. (2014). Why not use SDF rather than beta models in performance measurement? *Financ Mark Portf Manag 28,* 307–336.

Hansen, P.L. (1982). Large sample properties of generalized method of moments estimators. *Econometrica, 50(4),* 1029-1054.

Hou, k. and et al. (2015). A comparison of new factor models. *Working Paper*, Fisher College of Business.

Jagannathan, R. & Wang, Z. (2002). Empirical evaluation of asset-pricing models: A comparison of the SDF and beta methods. *Journal of Finance, 57(5),* 2337-2367.

Kan, R., & Robotti, C. (2002). Specifcation tests of asset pricing models using excess returns. *Journal of Empirical Finance, 15(5),* 816-838.

Kan, R., & Zhou, G. (1999). A critique of the stochastic discount factor methodology. *Journal of Finance, 54(4),* 1221-1248

Kan, R., & Zhou, G. (2002). Empirical asset pricing: the beta method versus the stochastic discount factor method. *Working Paper*, University of Toronto and Washington University in St. Louis.

Lintner, J. (1965). Security prices, risk and maximal gains from diversification. *Journal of Finance, 20(4),* 587-615.

Lozano, M., & Rubio, G. (2011). Evaluating alternative methods for testing asset pricing models with historical data. *Journal of Empirical Finance, 18(1),* 136-146.

Mojtahedzadeh, V., & RobatMili, M. (2007). Comparision between capital asset pricing model and fama - french Three-factor model in predicting the expected return in Tehran Stock Exchange, *Journal of Knowledge and Research in Accounting, 10,* 14-21.

Momani, M. (2020). Cross-section and GMM/SDF tests of linear factor models. *Applied Economics Letters, 28(7),* 590-593.

Nagel, S., & Singleton K.J. (2011). Estimation and evaluation of conditional asset pricing models. *Journal of Finance, 66(3),* 873-909.

Penaranda, F., & Sentana, E. (2015). A unifying approach to the empirical evaluation of asset pricing models. *The Review of Economics and Statistics, 97(2),* 412–435.

Ramezani, J., & Kamyabi, Y. (2017). Evaluate the effect of momentum the explanatory models feature five factor in explaining stock returns, *Journal of Finantcial Knowledge of Securities Analysis, 10(36),* 45-57.

Ramezani, J., & Kamyabi, Y. (2017). Comparing the six-factor model with capital asset pricing models in explaining the expected investor returns, *Iranian Journal of Economic Research*, *22(70)*, 207-231.

Rostamian, F., & Javanbakht, Sh. (2010). Comparing of the efficiency of capital asset pricing model (CAPM) and consumption-based capital asset pricing model (CCAPM) in Tehran Stock Exchange (TSE), *Journal of Empirical Studies in Financial Accounting*, *8(31)*, 143-157.

Shanken, J., & Zhou, G. (2007). Estimating and testing beta pricing models: Alternative method and their performance in simulations. *Journal of Financial Economics*, *84(1)*, 40-86.

Sharpe, William F. 1964. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance, 19,* 425-442.

Velu, R., & Zhou, G. (1999). Testing multi-beta asset pricing models. *Journal of Empirical Finance*, *6(3)*, 219-241.

استناد به این مقاله: طلاکش نایینی، حسین، طالبلو، رضا، محمدی، تیمور، مهاجری، پریسا. (۱۴۰۱). ارزیابی کارایی و پایداری روش‌های بتا و عامل تنزیل تصادفی در بازار سهام ایران، *پژوهش‌های اقتصادی ایران*، ۲۷ (۹۳)، ۷-۵۹.