

استراتژی‌های پوشش ریسک قیمت سکه بهار آزادی: مقایسه بین رویکردهای ADCC، GO-GARCH و GARCH مبتنی بر کاپیولا

الهام فرزنانگان^۱

تاریخ ارسال: ۱۳۹۵/۶/۲۷

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۴/۵

چکیده

در این مقاله با به‌کارگیری نسل جدید مدل‌های نوسان‌پذیری چندمتغیره شامل مدل ADCC، مدل GO-GARCH و مدل‌های GARCH مبتنی بر کاپیولا، به تخمین و بررسی عملکرد پوشش ریسک بازار نقد با بازار آتی سکه بهار آزادی، طی دوره زمانی ۱۳۸۹/۸/۵ تا ۱۳۹۵/۴/۳۱، پرداخته‌ایم. نتایج تجربی حاکی از برتری نسبت‌های پوشش ریسک به‌دست آمده از مدل GO-GARCH در مقایسه با سایر مدل‌های رقیب، برای پوشش ریسک نوسانات قیمت‌های نقد با آتی سکه بهار آزادی است. نتایج تجربی همچنین نشان می‌دهند که قیمت‌های نقد و آتی طی دوران تنش در بازار سکه، گرایش به هم‌حرکتی دارند. در واقع، سرمایه‌گذارانی که پورتفولیوهای متنوع‌سازی شده از سکه و آتی آن نگهداری می‌کنند، ممکن است با زیان‌های قابل توجهی طی زمان‌های رکود بازار سکه روبه‌رو شوند. در چنین شرایطی، اتخاذ موقعیت فروش در آتی سکه برای سرمایه‌گذاران در بازار نقد می‌تواند با منفعت همراه باشد، زیرا به کاهش زیان‌های حادی پورتفولیو کمک می‌کند.

واژگان کلیدی: استراتژی‌های پوشش ریسک، سکه بهار آزادی، مدل ADCC، مدل GARCH مبتنی بر کاپیولا، مدل GO-GARCH.

طبقه‌بندی JEL: G32, G11, D81, C58.

۱- مقدمه

با توسعه بازارهای مالی کشور و معرفی ابزارهایی مانند قراردادهای آتی سکه بهار آزادی در بورس کالای ایران، راه‌های جدیدی به‌منظور سرمایه‌گذاران برای پوشش ریسک، متنوع‌سازی و مدیریت ریسک پورتفولیوها، فراهم شده است.

پوشش ریسک از طریق معامله قراردادهای آتی به معنای اتخاذ یک موقعیت سرمایه‌گذاری در یک بازار به‌منظور جبران منافع/زیان‌هایی که ممکن است از بازار یا سرمایه‌گذاری مقابل^۱ حاصل شود، گفته می‌شود. کارآمدی یک استراتژی پوشش ریسک به دقت تخمین نسبت پوشش ریسک بستگی دارد. محاسبه این نسبت از این جهت ارزشمند است که تعداد قراردادهای آتی باید به‌اندازه‌ای کافی باشند تا محافظت مالی^۲ در شرایطی که قیمت کالای پایه افزایش یا کاهش می‌یابد، به‌طور کامل صورت گیرد. بنابراین، انتخاب روش محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک^۳ (OHR)، از اهمیت بالایی برخوردار است.

در دهه‌های گذشته شاهد وقوع بحران‌های متعددی در سطح جهانی و داخلی بوده‌ایم که طی آن نوسان‌پذیری بازارهای مالی و ریسک سرمایه‌گذاری در پورتفولیو افزایش یافته است. در ادبیات نیز به‌طور گسترده پذیرفته شده است که بازدهی‌های دارایی‌های مالی دارای نوسان‌پذیری‌ها، کوواریانس‌ها و همبستگی‌های متغیر طی زمان^۴ هستند و پویایی‌های ماندگاری را نشان می‌دهند. بنابراین، تخمین همبستگی‌های ایستا و نسبت پوشش ریسک ایستا برای بازدهی‌های دارایی‌های مالی مناسب نیست.

به‌تازگی مدل‌های انعطاف‌پذیرتری برای تخمین پوشش ریسک در ادبیات توسعه داده شده‌اند که در این مقاله از متداول‌ترین و جدیدترین آنها استفاده می‌شود. در این مقاله، مدل GARCH مبتنی بر کاپیولا^۵ (اسکلار^۶، ۱۹۵۹، ص ۲۲۹) که ساختار وابستگی بین دارایی‌های

1- Contrary or Opposing Market or Investment

2- Financial Protection

3- Optimal Hedge Ratio

4- Time-Varying

5- Copula-GARCH Model

6- Sklar

مالی را مدل‌سازی می‌کند، استفاده می‌شود. همچنین در این مقاله، برای نخستین بار از مدل GO-GARCH (ون در وید^۱، ۲۰۰۲، ص ۵۵۰) نیز برای تخمین نسبت OHR استفاده شده است. این رویکرد، به مدل‌سازی کوواریانس‌ها در مدل‌های نوسان‌پذیری^۲ (مدل‌های خانواده GARCH) می‌پردازد. به منظور مقایسه بین مدل‌های یادشده از جهت عملکرد آنها در تخمین OHR، از مدل ADCC (کاپیلو و همکاران^۳، ۲۰۰۶، ص ۵۴۵) که ماتریس همبستگی را طی زمان پویا در نظر می‌گیرد نیز استفاده شده است.

به‌طور کلی، در این مقاله، هدف، برآورد OHRهای متغیر زمانی براساس پیشرفت‌های اخیر در اقتصادسنجی است. همچنین عملکردهای نسبت‌های OHR به‌دست آمده برای قیمت‌های نقد و آتی سکه بهار آزادی در بازار مشتقه بورس کالای ایران، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. بدین منظور در ادامه، در بخش دوم، پیشینه پژوهش‌های انجام شده در ادبیات معرفی می‌شود. در بخش سوم، مدل‌های منتخب، برای تخمین نسبت OHR معرفی می‌شوند. بخش چهارم، ضمن معرفی داده‌ها و بیان نتایج تجربی، به تخمین و مقایسه عملکرد نسبت‌های OHR به‌دست آمده از مدل‌های یادشده می‌پردازد. در پایان، در بخش پنجم، نتیجه‌گیری و پیشنهادها ارائه می‌شود.

۲- مروری بر مطالعات تجربی گذشته

در ادبیات، رویکردهای متعددی برای تخمین نسبت OHR معرفی شده است. ساده‌ترین رویکرد رگرسیون OLS است، اما این رویکرد بر مبنای این فرض قرار دارد که نوسان‌پذیری بازدهی دارایی‌های نقد و آتی، طی زمان ثابت است.

برای حل این مشکل، مایرز^۴ (۱۹۹۱)، نخستین بار روش ARCH را برای تخمین نسبت OHR متغیر زمانی برای آتی‌ها، معرفی کرد. با تعمیم مدل ARCH به مدل‌های GARCH و GARCH نامتقارن و سایر مدل‌سازی‌های نوسان‌پذیری، امکان تخمین نسبت‌های OHR

1- Van der Weide
2- Volatility Models
3- Cappiello et al.
4- Myers

متغیر زمانی فراهم شد که کارآیی بالاتری نسبت به رویکرد سنتی داشتند. چانگ و همکاران^۱ (۲۰۱۱)، نتیجه گرفتند که مدل DCC، بهترین عملکرد و مدل BEKK بدترین عملکرد را در تخمین OHR برای پوشش ریسک قیمت‌های نقد با قیمت‌های آتی نفت خام داشته‌اند. لین و همکاران^۲ (۲۰۱۴)، نتیجه گرفتند که در مقایسه با سایر مدل‌های GARCH چندمتغیره، مدل ساده DCC-GARCH بهتر می‌تواند نسبت پوشش ریسک کامل را به دست دهد.

اروری و همکاران^۳ (۲۰۱۵)، با استفاده از مدل‌های VAR-GARCH و GARCH چندمتغیره نتیجه گرفتند که طلا به‌عنوان ابزار مناسبی برای پوشش ریسک سهام می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. کوتکاتوری - اورنبرگ^۴ (۲۰۱۶)، کارآیی و عملکرد پوشش ریسک چند بازار آتی را براساس مدل DCC-EGARCH مورد بررسی قرار داد. نتایج پژوهش بیان‌کننده آن بود که وارد کردن واریانس تحقق یافته^۵ در معادله واریانس به‌عنوان یک تخمین‌زننده از نوسان‌پذیری بازدهی‌ها، توانایی برازش مدل را برای داده‌های خوشه‌ای افزایش می‌دهد. وانگ و لی^۶ (۲۰۱۶)، با استفاده از رویکرد آستانه‌ای پنل دیتای پویا به این نتیجه رسیدند که نوسانات نرخ ارز بر عملکرد پوشش ریسک طلا تأثیرگذار است. ژو^۷ (۲۰۱۶)، نتیجه گرفت که در مقایسه با مدل‌های خانواده GARCH، دو مدل DCC و BEKK بهترین عملکرد را در تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک دارند.

به‌تازگی در ادبیات مربوط به OHR، تابع کاپیولا نیز معرفی شده است. پاتون^۸ (۲۰۰۶)، تابع کاپیولا را با مدل GARCH پیوند و مدل GARCH مبتنی بر کاپیولا را تعمیم داد. لیبی و همکاران^۹ (۲۰۰۹)، با استفاده از توابع کاپیولا با حاشیه‌های TGARCH، به بررسی عملکرد پوشش ریسک بازارهای نقد و آتی سهام پنج کشور آسیای شرقی پرداختند.

1- Chang et al.

2- Lin et al.

3- Arouri et al.

4- Kotkatvuori- Örnberg

5- Realized Variance Estimator

6- Wang & Lee

7- Zhou

8- Patton

9- Lai et al.

براساس نتایج، نسبت پوشش ریسک حاصل از کاپیولای گاوسین یا کاپیولای ترکیبی^۱ بهترین عملکرد را در کاهش ریسک پورتفولیو برای تمام بازارها داشته است. لی (۲۰۰۹)، یک مدل GARCH مبتنی بر کاپیولای کلایتون تغییر رژیم^۲ را برای پوشش ریسک بهینه آتی‌ها تعمیم داد. وی و همکاران^۳ (۲۰۱۱)، با ترکیب مدل‌های نوسان‌پذیری چندفراکتالی^۴ (MFV) و توابع کاپیولای پویا یک روش جدید برای پوشش ریسک شاخص نقد و آتی سهام چین را مدل‌سازی کردند. ون و همکاران^۵ (۲۰۱۱)، به بررسی کارآیی بازار آتی شاخص چین در پوشش ریسک پرداختند. براساس نتایج، مدل OLS و سپس، مدل کاپیولای متغیر زمانی بهترین عملکرد را در کاهش ریسک داشته‌اند. ویب^۶ (۲۰۱۳)، به مقایسه دقت مدل‌های GARCH مبتنی بر کاپیولا و مدل‌های DCC برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک پورتفولیوهای مشتمل بر سهام، کالا و قراردادهای آتی در بازار مبادله ارز، پرداخت. وی به این نتیجه رسید که مدل‌های کاپیولا عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های مبتنی بر همبستگی دارند. برایک و همکاران^۷ (۲۰۱۵)، ارتباط بین چند متغیر مالی را طی دوران بحران مالی با استفاده از رویکرد DCC-MGARCH مبتنی بر کاپیولا مورد بررسی قرار دادند.

هرچند بیشتر محققان از خانواده GARCH چندمتغیره برای مدل‌سازی پویایی‌های نوسان‌پذیری و اندازه‌گیری ریسک استفاده کرده‌اند، اما یک نوع خاص از مدل GARCH چندمتغیره، تحت عنوان GO-GARCH وجود دارد که در ادبیات چندان مورد استفاده قرار نگرفته است. تنها مطالعه‌ای که وجود دارد به کار باشر و همکاران^۸ (۲۰۱۵)، مربوط می‌شود که نتیجه گرفتند مدل GO-GARCH در مقایسه با سایر مدل‌های DCC و ADCC،

-
- 1- Mixture Copula
 - 2- Regime Switching Clayton Copula
 - 3- Wei et al.
 - 4- Multifractal Volatility Model
 - 5- Wen et al.
 - 6- Weib
 - 7- Brayek et al.
 - 8- Basher et al.

بیشترین کارآیی را برای استراتژی پوشش ریسک قیمت‌های سهام بازارهای نوظهور با طلا، دارد.

در ایران نیز مطالعات زیادی به ارزیابی طلا به‌عنوان ابزار پوشش ریسک پرداخته‌اند. کشاورز حداد و ستاری (۱۳۸۹)، با استفاده از روش خودرگرسیون برداری به این نتیجه دست یافتند که زمین، سکه طلا و سهام، پوشش مناسبی در برابر تورم به شمار می‌آیند. خیابانی و ساروقی (۱۳۹۰)، با استفاده از مدل‌های GARCH، TGARCH و EGARCH، به برآورد ارزش در معرض ریسک VaR، پرداختند. نتایج نشان‌دهنده آن بودند که عملکرد الگوی GARCH در مقایسه با سایر الگوها در برآورد ریسک، برتر بوده است.

فلاح‌پور و احمدی (۱۳۹۳) و کشاورز و حیرانی (۱۳۹۳)، با استفاده از توابع کاپیولا به تخمین ارزش در معرض ریسک به ترتیب پوتفوی طلا و نفت و شاخص قیمت محصولات دارویی و شیمیایی پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، پرداختند. اسلامبولچی (۱۳۹۱)، کارآیی مدل کاپیولا را نسبت به مدل‌های خانواده GARCH در تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک بازار سکه نتیجه گرفت. بهرامی و میرزاپور (۱۳۹۱) و بهرامی و همکاران (۱۳۹۳)، به ترتیب با روش GARCH و رهیافت ضریب جینی بسط‌یافته، به تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک با استفاده از قراردادهای آتی سکه بهار آزادی پرداختند. اسکندری و همکاران (۱۳۹۴)، به ارزیابی پوشش ریسک متقاطع نرخ ارز با آتی سکه بهار آزادی پرداختند. نتایج نشان‌دهنده آن بود که استفاده از مدل‌های خانواده GARCH در مقایسه با مدل رگرسیون خطی و مدل خودرگرسیون برداری موجب افزایش کارآیی در تخمین نسبت OHR نشده است. توابع کاپیولا علاوه بر بازار طلا، کاربردهای دیگری نیز در سایر بازارهای مالی دارند. فلاح‌پور و باغبان (۱۳۹۳)، در مطالعه‌ای با استفاده از معیار شارپ، برتری عملکرد کاپیولا-CVaR را در تخمین پورتفولیوی بهینه بنگاه‌ها نسبت به روش Mean-CVaR، نتیجه گرفتند. مهرگان و همکاران (۱۳۹۳)، با استفاده از توابع کاپیولا به بررسی پدیده بیماری هلندی در ایران پرداختند. باجلان و همکاران (۱۳۹۳)، با استفاده از توابع کاپیولا به مدل‌سازی تابع توزیع زیان‌های بیمه‌ای پرداختند. مولایی و همکاران (۱۳۹۶)، با استفاده از

توابع کاپیولا به مدل‌سازی رابطه بین بازارهای ارز و سهام پرداختند. ملاحظه می‌شود که مطالعات انجام گرفته، به‌طور عمده به مدل‌سازی بازدهی‌های انتظاری با استفاده از خانواده مدل‌های GARCH و مدل‌های GARCH مبتنی بر کاپیولا پرداخته‌اند و بیشتر آنها کارآیی برتر مدل‌های کاپیولا را در پوشش ریسک با قراردادهای آتی، نتیجه گرفته‌اند، اما در این مقاله، برای نخستین بار به مدل‌سازی و تخمین نسبت OHR براساس مدل GO-GARCH پرداخته‌ایم و عملکرد این مدل را با مدل‌های کاپیولا و ADCC، مورد مقایسه قرار داده‌ایم و از این لحاظ به دنبال تعمیم نتایج قبلی محققان چه در داخل و چه در خارج از کشور، هستیم. از سوی دیگر، در مقایسه با بازارهای کشورهای توسعه‌یافته، بازار مشتقه بورس کالای ایران به دلیل نوپا بودن و سابقه اندک تحقیقات انجام گرفته نیازمند مطالعات بیشتر و عمیق‌تری است که در این مقاله به دنبال پوشش این شکاف نیز هستیم.

۳- روش پژوهش

در این مقاله، به‌منظور تخمین نسبت‌های پوشش ریسک بین قیمت‌های نقد و قیمت‌های قراردادهای آتی سکه بهار آزادی، از مدل ADCC، مدل GO-GARCH و مدل GARCH مبتنی بر کاپیولا، استفاده کرده‌ایم.

۳-۱- مدل ADCC

با توجه به این حقیقت که همبستگی بین بازدهی‌های نقد و آتی طی دوره‌هایی که هر دو قیمت نقد و آتی افزایش می‌یابند ممکن است با همبستگی هنگامی که هر دو قیمت در حال کاهش هستند، متفاوت باشد (کاپیلو و همکاران، ۲۰۰۶، ص ۵۴۵)، ما از مدل ADCC که عدم تقارن را در همبستگی‌های شرطی متغیر زمانی در نظر می‌گیرد، استفاده می‌کنیم.

r_t را یک بردار از بازدهی‌های دارایی‌ها با بعد $k \times T$ فرض می‌کنیم. یک فرآیند AR(1) از بردار r_t مشروط بر مجموعه اطلاعات I_{t-1} ، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$r_t = \mu + ar_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

که پسماندهای این فرآیند به صورت زیر مدل‌سازی می‌شوند:

$$\varepsilon_t = H_t^{1/2} \xi_t \quad (2)$$

H_t ماتریس کوواریانس شرطی از بردار r_t با بعد $k \times k$ و بردار تصادفی ξ_t یک بردار $k \times T$ بعدی از جملات خطای تصادفی مستقل با توزیع یکسان^۱ (i.i.d) است.

در مدل DCC انگل (۲۰۰۲)، نخست، پارامترهای مدل GARCH تک‌متغیره و در مرحله دوم، همبستگی‌های شرطی براساس تجزیه زیر، تخمین زده می‌شوند.

$$H_t = D_t R_t D_t \quad (3)$$

که R_t ماتریس همبستگی شرطی با آرایه‌های $r_{i,t}$ و D_t یک ماتریس قطری است و:

$$D_t = \text{diag}(h_{1,t}^{1/2}, \dots, h_{n,t}^{1/2}) \quad (4)$$

$$R_t = \text{diag}(q_{1,t}^{-1/2}, \dots, q_{n,t}^{-1/2}) Q_t \text{diag}(q_{1,t}^{-1/2}, \dots, q_{n,t}^{-1/2}) \quad (5)$$

به طوری که $h_{i,t}$ ، مدل‌های GARCH تک‌متغیره هستند (H)، خود یک ماتریس قطری

است). در مدل GARCH(1,1)، آرایه‌های ماتریس H_t به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$h_{i,t} = \varphi_i + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_i h_{i,t-1} \quad (6)$$

کاپیلو و همکاران (۲۰۰۶)، مدل DCC و مدل GARCH نامتقارن گلوستون و همکاران^۲ (۱۹۹۳) را به صورت زیر با اضافه کردن یک جمله برای مدل‌سازی ویژگی نامتقارن بودن، به مدل ADCC تعمیم دادند.

$$h_{i,t} = \varphi_i + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_i h_{i,t-1} + d_i \varepsilon_{i,t-1}^2 I(\varepsilon_{i,t-1}) \quad (7)$$

که $I(\varepsilon_{i,t-1})$ تابع شاخص است و هرگاه داشته باشیم $\varepsilon_{i,t-1} < 0$ ، مقدار یک و در غیر این صورت، مقدار صفر می‌گیرد.

در مدل ADCC، ماتریس همبستگی Q_t براساس رابطه زیر نمو می‌کند:

$$Q_t = (\bar{I} - A' \bar{Q} A - B' \bar{Q} B - G' \bar{Q} G) + A' \xi_{t-1} \xi_{t-1}' A + B' Q_{t-1} B + G' \xi_t \xi_t' G \quad (8)$$

که ماتریس پارامترهای A ، B و G ، همگی از بعد $k \times k$ هستند. ξ_t خطاهای استاندارد

1- Independently Identically Distributed (i.i.d)

2- Glosten et al.

شده با آستانه صفر هستند، به این صورت که هنگامی که کوچک‌تر از صفر هستند، برابر با ξ_t و در غیر این صورت، صفر خواهند بود. Q_t و \bar{Q} ماتریس‌های غیرشرطی به ترتیب از ξ_t و ξ_t^- هستند.

۳-۲- مدل GO-GARCH

مدل GO-GARCH، کوواریانس‌ها را در چهارچوب مدل‌های چندمتغیره مورد توجه قرار می‌دهد. این رویکرد جدید به مدل‌سازی GARCH، نخستین بار توسط الکساندر و چیبومبا^۱ (۱۹۹۷) و الکساندر (۲۰۰۱)، تحت عنوان مدل‌های GARCH متعامد یا O-GARCH مطرح شد؛ سپس، ون در وید (۲۰۰۲)، آن را به مدل‌های GO-GARCH^۲ تعمیم داد. مدل GO-GARCH، بردار بازدهی‌های r_t را به صورت تابعی از میانگین شرطی (m_t) و یک جمله خطا (ε_t) تصریح می‌کند، به گونه‌ای که میانگین شرطی می‌تواند یک جمله AR(1) را در خود داشته باشد.

$$r_t = m_t + \varepsilon_t \quad (۹)$$

مدل GO-GARCH، عبارت $r_t - m_t$ را به فاکتورهای (عوامل) مستقل نهفته f_t نگاشت می‌کند.

$$\varepsilon_t = Af_t \quad (۱۰)$$

توجه شود که تعداد فاکتورها برابر است با تعداد دارایی‌ها. ماتریس ترکیب‌کننده A می‌توان به یک ماتریس کوواریانس غیرشرطی Σ و یک ماتریس قطری (دوران^۳) U تجزیه کرد.

$$A = \Sigma^{1/2}U \quad (۱۱)$$

فاکتورها (f) به صورت زیر تجزیه می‌شوند:

$$f_t = H_t^{1/2}\xi_t \quad (۱۲)$$

1- Alexander & Chibumba
2- Generalized OGARCH
3- Mixing
4- Rotation

که ξ_t یک متغیر تصادفی است. بنابراین، در مدل GO-GARCH، واریانس‌های شرطی هر فاکتور h_{it} را می‌توان به‌طور مجزا (هر کدام) براساس یک فرآیند GARCH یک‌متغیره مناسب، مدل‌سازی کرد. با ترکیب معادلات (۹) و (۱۱) و (۱۲) داریم:

$$r_t = m_t + AH_t^{1/2}\xi_t \quad (13)$$

براساس این، ماتریس کوواریانس شرطی بردار بازدهی‌های $(r_t - m_t)$ عبارت است از:

$$\Sigma_t = AH_t A' \quad (14)$$

که همان هدف ما در این مقاله، مدل‌سازی ماتریس کوواریانس شرطی بازدهی‌ها است. در مدل GO-GARCH، تخمین فاکتورها نیازمند حل یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی با تعداد $k \times (k - 1) / 2$ متغیر بوده که k تعداد دارایی‌هاست. در این مقاله، ماتریس U از روش تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی^۱ (PCA) تخمین زده شده است (برودا و پاوللا، ۲۰۰۹، ص ۴۱۶ و ژانگ و چان، ۲۰۰۹، ص ۷۵).

۳-۳- مدل GARCH مبتنی بر کاپیولا

برخلاف همبستگی خطی، توابع کاپیولا می‌توانند ساختار وابستگی موجود در یک بردار بازدهی را به‌طور کامل در نظر بگیرند.

قرار می‌دهیم R_t^F و R_t^S به ترتیب متغیرهای تصادفی مربوط به بازدهی‌های نقد و آتی، با توابع توزیع تجمعی شرطی $F_t^F(R_t^F | I_{t-1})$ و $F_t^S(R_t^S | I_{t-1})$ که مجموعه همه بازدهی‌های دوره‌های گذشته است. در این صورت، تابع کاپیولای شرطی $C_t(u_t, v_t | I_{t-1})$ براساس CDF بازدهی‌های نقد و آتی مطابق رابطه (۱۵) تعریف می‌شوند که $u_t = F_t^S(R_t^S | I_{t-1})$ و $v_t = F_t^F(R_t^F | I_{t-1})$ توزیع‌های یکنواخت پیوسته در بازه $(0,1)$ هستند.

1- Principal Component Analysis

2- Broda & Paolella

3- Zhang & Chan

بر اساس این، چگالی شرطی مشترک به صورت زیر به دست می‌آید:

$$g(R_t^S, R_t^F | I_{t-1}) = \frac{\partial G(R_t^S, R_t^F | I_{t-1})}{\partial R_t^S \partial R_t^F} \\ = c_t(F_t^S(R_t^S | I_{t-1}), F_t^F(R_t^F | I_{t-1}) | I_{t-1}) \times \\ f_t^S(R_t^S | I_{t-1}) \times f_t^F(R_t^F | I_{t-1}) \quad (15)$$

به طوری که تابع $G(R_t^S, R_t^F | I_{t-1})$ CDF شرطی دو متغیره از R_t^S و R_t^F بوده و c_t تابع چگالی شرطی است و $f_t^S(R_t^S | I_{t-1})$ و $f_t^F(R_t^F | I_{t-1})$ چگالی‌های حاشیه‌ای هستند.

پارامترهای چگالی‌های حاشیه‌ای بالا از روش حداکثر راست‌نمایی تخمین زده می‌شوند.

$$\hat{\theta}_i = \operatorname{argmax} \sum_{t=1}^T \log f_t^i(R_t^i | I_{t-1}, \theta_i) \quad i = S, F \quad (16)$$

سپس، با استخراج پسماندهای استاندارد شده حاصل از (۱۶) و استفاده از آنها به عنوان آرگومان در توابع CDF حاشیه‌ای، با به کارگیری مجدد روش حداکثر راست‌نمایی مطابق بالا، تخمین‌هایی از احتمالات u_t و v_t به دست می‌آید که خود، برای تخمین پارامترهای کاپیولا ($\hat{\theta}_c$) مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۳-۳-۱- توزیع‌های حاشیه‌ای فرآیند GARCH

شواهد نشان می‌دهند که بازدهی‌های دارایی‌ها دارای مشخصه‌های نوسان‌پذیری خوشه‌ای و دنباله‌های پهن هستند (جدول شماره ۱). از آنجا که قضایای مربوط به مدل‌های کاپیولا تنها تحت ویژگی i.i.d بودن بازدهی‌ها برقرار هستند، در این مقاله، بهترین مدل ARMA(p,q)-GARCH(s,r) را با فرض توزیع Student's t برای هر کدام از حاشیه‌ها، با هدف در نظر گرفتن نوسان‌پذیری متغیر زمانی، برازش می‌دهیم.

$$R_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \alpha_j R_{t-j} + \sum_{i=1}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad (17)$$

$$\sigma_t^2 = \gamma_0 + \sum_{k=1}^s \gamma_k \sigma_{t-k}^2 + \sum_{l=1}^r \delta_l \varepsilon_{t-l}^2 \quad (18)$$

به طوری که $\varepsilon_t = \sigma_t z_t$ و $z_t | I_{t-1} \sim t_\nu(0, h_t^z)$

۳-۳-۲- چگالی کاپیولای دو متغیره

تخمین‌های به دست آمده از پارامترهای مدل ARMA-GARCH حاشیه‌ای در مرحله اول، برای برآورد مقادیر u_t و v_t مورد استفاده قرار می‌گیرند. در مرحله بعد، تخمین‌های این

مقادیر برای برآورد ساختار وابستگی پویا بین R_t^F و R_t^S مورد استفاده قرار می‌گیرند. ساده‌ترین توابع کاپیولا، توابع کاپیولای بیضوی هستند که شامل کاپیولای گاوسین و کاپیولای Student's t می‌شوند و به ترتیب وابستگی دنباله‌ای صفر و متقارن را در نظر می‌گیرند.

$$c_t^{\text{Gaussian}}(u_t, v_t; \rho_t) = \frac{1}{\sqrt{1-\rho_t^2}} \exp\left\{-\frac{1}{(1-\rho_t^2)} [a_t^2 + b_t^2 - 2\rho_t a_t b_t] + \frac{1}{2} [a_t^2 + b_t^2]\right\} \quad (19)$$

$$c_t^{\text{Student's t}}(u_t, v_t; \rho_t, \nu) = (1 - \rho_t^2)^{\frac{1}{2}} \frac{\Gamma(\frac{\nu+2}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})} \left[\frac{\Gamma(\frac{\nu}{2})}{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})} \right]^2 \left[1 + \frac{a_t^2 + b_t^2 - 2\rho_t a_t b_t}{\nu(1-\rho_t^2)} \right]^{-(\nu+2)/2} \quad (20)$$

برخلاف کاپیولاهای بالا، خانواده کاپیولاهای ارشمیدسی انواع مختلفی از وابستگی‌های دنباله‌ای را در نظر می‌گیرند (نلسن^۱، ۱۹۹۹، ص ۱۰۹). در این مقاله، کاپیولای جو-کلایتون متقارن شده^۲ (SJC)، در نظر گرفته شده است. ویژگی خاص این کاپیولا، آن است که برای تعیین وجود یا نبود تقارن در وابستگی دنباله‌ای، وابستگی دنباله‌ای بالا و پایین را هم‌زمان با یکدیگر در نظر می‌گیرد. تابع چگالی احتمال کاپیولای بالا عبارت است از:

$$C^{\text{SJC}}(u_t, v_t) = 0.5(C^{\text{JC}}(u_t, v_t; \lambda_U^{\text{JC}}, \lambda_L^{\text{JC}}) + C^{\text{JC}}(1 - u_t, 1 - v_t; \lambda_U^{\text{JC}}, \lambda_L^{\text{JC}}) + u_t + v_t - 1) \quad (21)$$

اگر $\lambda_U^{\text{SJC}} = \lambda_L^{\text{SJC}}$ باشد، ساختار بازار متقارن و در غیر این صورت، نامتقارن خواهد بود. به دلیل اینکه ساختار وابستگی بین قیمت‌های نقد و آتی سکه ممکن است بنابه دلایل مختلف (بحران‌های سیاسی در منطقه و...) تغییرات داشته باشد، در کاپیولای SJC، به پیروی از کار پاتون (۲۰۰۶)، وابستگی دنباله‌ای بالا و پایین براساس فرآیند $\text{ARMA}(1,10)$ تصریح می‌شود.

$$\tau_{i,t}^{\text{SJC}} = \Lambda\left(\psi_0^i + \psi_1^i \tau_{i,t-1}^{\text{SJC}} + \psi_2^i \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} |u_{t-j} - v_{t-j}|\right), \quad i = U \text{ and } L \quad (22)$$

1- Nelsen

2- Symmetrized Joe-Clayton Copula

۳-۴- تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک

منطق استراتژی مینیمم‌سازی واریانس، سرمایه‌گذاری در آن مقدار از آتی‌ها β ، است که واریانس بازدهی یک پورتفولیو متشکل از موقعیت‌های نقد و آتی را مینیمم سازد. R_t^H را بازدهی پورتفولیوی پوشش داده شده^۱، قرار می‌دهیم.

$$R_t^H = R_t^S - \beta R_t^F \quad (۲۳)$$

که R_t^S بازدهی موقعیت نقد و R_t^F بازدهی موقعیت آتی و β نسبت پوشش ریسک است. چنانچه سرمایه‌گذار در موقعیت نقد در وضعیت خرید^۲ قرار داشته باشد، نسبت پوشش ریسک تعداد قراردادهای آتی است که باید برای پوشش ریسک، فروخته شوند.

نسبت بهینه پوشش ریسک براساس تعریف، آن مقدار از β_t است که واریانس شرطی پورتفولیوی پوشش داده شده را مینیمم می‌سازد (بیلی و مایرز^۳، ۱۹۹۱، ص ۱۱۷).

$$\beta_t^* | I_{t-1} = \frac{\text{Cov}(R_t^S, R_t^F)}{\text{Var}(R_t^F)} \quad (۲۴)$$

تخمین‌های نوسان‌پذیری حاصل از انواع گوناگون مدل‌های خانواده GARCH را می‌توان برای ساختن نسبت OHR، مورد استفاده قرار داد (کرونر و سلطان^۴، ۱۹۹۳، ص ۵۳۸).

بعد از اینکه ماتریس‌های همبستگی شرطی متغیر زمانی ρ_t^{ADCC} ، ρ_t^{Copula} و $\rho_t^{\text{GO-GARCH}}$ تخمین زده شدند، OHR متناظر با هر ضریب، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\beta_t^i = \frac{\rho_t^i \sqrt{h_t^S h_t^F}}{h_t^F}, \quad i = \text{ADCC, Copula and GO - GARCH} \quad (۲۵)$$

که h_t^F و h_t^S به ترتیب بیان‌کننده واریانس شرطی بازدهی‌های نقد و آتی هستند که از تخمین مدل‌های ARMA-GARCH حاشیه‌ای، استخراج شده‌اند (لی و همکاران، ۲۰۰۹، ص ۹۵۳).

-
- 1- Hedged Portfolio
 - 2- Long Position
 - 3- Baillie & Myers
 - 4- Kroner & Sultan

به منظور مقایسه عملکرد نسبت‌های OHR که از مدل‌های نوسان‌پذیری شرطی چندمتغیره بالا به دست آمده‌اند، کو و همکاران^۱ (۲۰۰۷)، شاخص کارآیی استراتژی پوشش ریسک^۲ (HE) را تعریف کرده‌اند که براساس رابطه زیر به دست می‌آید:

$$HE = \frac{\text{var}_{\text{unhedged}} - \text{var}_{\text{hedged}}}{\text{var}_{\text{unhedged}}} \quad (26)$$

که واریانس پورتفولیوی پوشش داده شده براساس واریانس نرخ بازدهی پورتفولیوی پوشش داده شده R_t^H ، به دست می‌آید و واریانس پورتفولیوی پوشش داده نشده همان واریانس بازدهی‌های نقد R_t^S است (ریپل و موسا^۳، ۲۰۰۷، ص ۶۸۵). مقادیر بزرگ‌تر HE نشان‌دهنده کارآیی بیشتر در پوشش ریسک و کاهش بیشتر در ریسک است.^۴

۴- داده‌ها و تخمین‌های تجربی

در این مقاله، با استفاده از داده‌های روزانه قیمت سکه در بازار نقد (GC) و بازار آتی (GCF)، مدل‌های یادشده برآورد شده‌اند. آمار قیمت نقد از سایت اتحادیه طلا و جواهر فروشان^۵ و آمار مربوط به قیمت آتی از سایت بورس کالای ایران^۶، جمع‌آوری شده‌اند.

برای هر سری داده، بازدهی‌های روزانه مرکب پیوسته^۷ از رابطه $r_t = \ln(P_t/P_{t-1}) \times 100$ محاسبه شده که P_t قیمت تسویه روزانه هر سری داده، است. بازه زمانی تحقیق از ۱۳۸۹/۸/۵ تا ۱۳۹۵/۴/۳۱ انتخاب شده است.^۸

جدول شماره ۱، آماره‌های توصیفی مربوط به بازدهی‌های روزانه را گزارش می‌دهد.

1- Ku et al.

2- Hedging Effectiveness Index

3- Ripple & Moosa

۴- برای آشنایی با سایر روش‌های مقایسه کارآیی نسبت‌های پوشش ریسک به Ku et al. (2007) و Chang et al. (2011) مراجعه فرمایید.

5- www.tgju.org.

6- www.ime.co.ir.

7- Continuously Compounded

۸- در این مقاله برای تشکیل سری زمانی قیمت‌های آتی از روش گرداندن قراردادها با سررسیدهای متفاوت (roll over) استفاده شده است. برای مطالعه بیشتر، ر.ک به: Ma et al. (1992).

ملاحظه می‌شود که طی دوره زمانی تحقیق، متوسط بازدهی حاصل از قیمت‌های نقد و آتی تقریباً یکسان، مثبت و بسیار نزدیک به صفر است؛ همین‌طور واریانس بازدهی‌ها نیز مقدار کوچکی است. آماره کشیدگی نشان‌دهنده وجود دنباله‌های پهن است. مقدار مثبت آماره چولگی برای بازدهی آتی RGCF دلالت بر این دارد که سری زمانی بازدهی آتی سکه، دنباله راست (نفع حدی^۱) بلندتری در مقایسه با دنباله چپ (زیان حدی^۲) دارد؛ برعکس مقدار منفی آماره برای RGC به معنای آن است که سری زمانی بازدهی نقد، دنباله چپ بلندتری دارد. متعاقباً آماره ضریب لاگرانژ جارک برای هر دو سری از نظر آماره به‌طور قابل توجهی معنادار است و تأیید می‌کند که توزیع‌های بازدهی‌ها به‌طور قابل توجهی از توزیع نرمال متفاوت هستند.

جدول ۱- آماره‌های توصیفی برای بازدهی‌های روزانه

RGCF	RGC	
۱۲۵۴	۱۲۵۴	تعداد مشاهدات
-۰/۱۱۴۶۹۶	-۰/۱۹۵۱۷۹	مینیمم
۰/۲۵۱۳۸۶	۰/۱۸۵۲۷۹	ماکزیمم
-۰/۰۰۰۰۷۴۹	۰/۰۰۰۰۰۰	میانه
۰/۰۰۰۰۹۳۶	۰/۰۰۰۰۹۴۱	میانگین
۰/۰۱۸۰۸۸	۰/۰۲۵۳۷۷	انحراف معیار
۲/۸۹۵۳۲۸	-۰/۰۱۹۲۶۷	چولگی
۴۱/۳۲۱۷۶	۲۶/۹۹۷۷۰	کشیدگی
۷۸۴۸۴/۱۶	۳۰۰۹/۳۲	جارک‌برا
(۰/۰۰۰۰۰۰)*	(۰/۰۰۰۰۰۰)*	

توضیح: مقادیر p-value در پرانتز قرار داده شده‌اند. علامت * نشان‌دهنده عدم پذیرش فرضیه صفر در سطح معناداری ۵٪ است.
 مأخذ: محاسبات تحقیق.

- 1- Extreme Gains
- 2- Extreme Losses

نتایج آزمون‌های ریشه واحد دیکی فولر تعمیم یافته ADF و فیلیپس پرون PP در جدول شماره ۲، نشان‌دهنده آن است که بازدهی‌های روزانه در سطح ۵٪ مانا هستند. در جدول شماره ۳، معیارهای همبستگی غیرشرطی پیرسون، اسپیرمن و کندال در سطح ۵٪ تأیید می‌کنند که بازدهی‌های GC همبستگی مثبت و معناداری با بازدهی‌های GCF دارند.

در ابتدا، به منظور بررسی همبستگی‌های متغیر زمانی بین سری‌های بازدهی‌ها، مدل ADCC مبتنی بر GARCH، تخمین زده شده است. در مدل ADCC، معادله واریانس براساس فرآیند GJR-GARCH(1,1) برای تخمین همبستگی‌های شرطی متغیر زمانی، برآورد می‌شود. انتخاب این فرآیند براساس ویژگی‌هایی است که سری‌های زمانی دارند، مانند عدم تقارن در واکنش واریانس‌های شرطی و همبستگی‌ها، طی دوران بحران اقتصادی.

جدول ۲- آزمون‌های ریشه واحد برای بازدهی‌های روزانه

آماره	RGC	RGCF
آزمون ADF	-۱۲/۵۹۶۸۱	-۲۵/۱۲۴۶۴
	(۰/۰۰۰۰۰)*	(۰/۰۰۰۰۰)*
آزمون PP	-۴۸/۷۲۵۵۸	-۳۰/۵۳۵۲۴
	(۰/۰۰۰۰۱)*	(۰/۰۰۰۰۰)*

توضیح: مقادیر p-value در پرانتز قرار داده شده‌اند. علامت * نشان‌دهنده عدم پذیرش فرضیه صفر در سطح معناداری ۵٪ است.

مأخذ: محاسبات تحقیق.

جدول ۳- معیارهای همبستگی بین بازدهی‌های روزانه

اسپیرمن	پیرسون	کندال
۰/۶۵۴۸	۰/۴۲۸۷	۰/۵۱۶۳
(۰/۰۰۰۰۰)*	(۰/۰۰۰۰۰)*	(۰/۰۰۰۰۰)*

توضیح: مقادیر p-value در پرانتز قرار داده شده‌اند. علامت * نشان‌دهنده عدم پذیرش فرضیه صفر در سطح معناداری ۵٪ است.

مأخذ: محاسبات تحقیق.

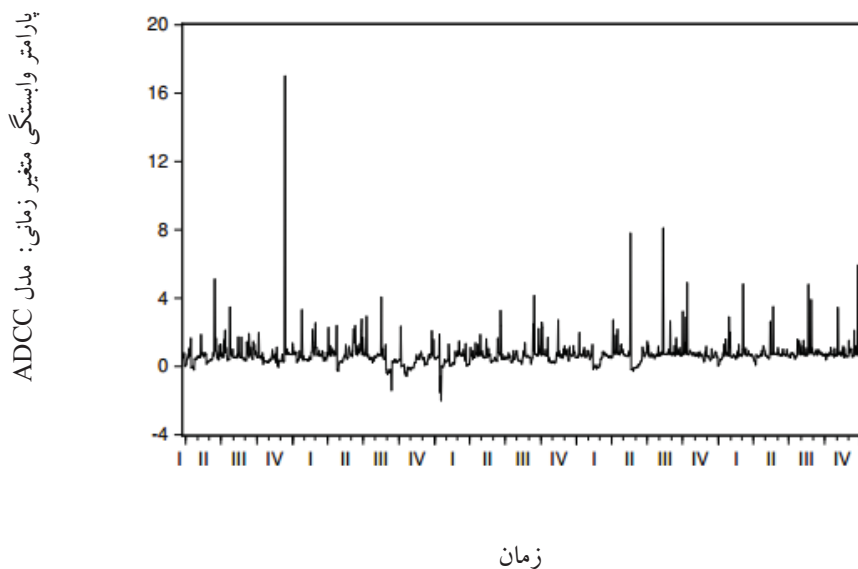
نتایج تخمین پارامترهای مدل ADCC، در جدول شماره ۴، گزارش شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، ماندگاری کوتاه‌مدت (α) برای هر دو متغیر RGC و RGCF بسیار کوچک و برای هر دو متغیر ماندگاری بلندمدت (β) از ماندگاری کوتاه‌مدت بزرگ‌تر است.

معناداری ضرایب α و β بیان‌کننده شواهدی از وجود نوسان‌پذیری خوشه‌ای است. مقدار برآورد شده برای جمله عدم تقارن (d) مثبت است که نشان می‌دهد، پسماندهای منفی، واریانس (نوسان‌پذیری شرطی) را بیشتر از شوک‌های مثبت افزایش می‌دهند. معیار اطلاعات تابع راست‌نمایی نیز در انتهای جدول گزارش شده است.

جدول ۴- تخمین پارامترهای فرآیند GARCH(1,1) یک‌متغیره، در مدل ADCC

RGCF	RGC	ضرایب
۰/۰۰۰۰۰۰	۰/۵۵۳۲۷۷۳	φ
۰/۰۰۰۱۰۱	۰/۰۰۰۰۰۲۶	α
۰/۶۶۶۱۹۸	۰/۰۱۹۳۹۹۱	β
۰/۱۰۰۱۰۹	۰/۸۱۶۶۳۹۱	d
۰/۱۳۸۱۲۴	۰/۰۸۷۳۳۸۷	a
۰/۰۰۰۰۰۰	۰/۲۳۴۰۱۲۹	g
۰/۶۴۶۵۰۹	۰/۱۱۹۴۵۷۹	B
	-۳۲۰۱/۸۲۷۵	ll

مأخذ: خروجی نرم‌افزار MATLAB2014.



نمودار ۱- همبستگی شرطی برای مدل ADCC

همبستگی شرطی متغیر زمانی بین بازدهی‌های نقد و آتی حاصل از مدل ADCC، در نمودار شماره ۱، به تصویر کشیده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، طی زمان تغییرات قابل ملاحظه‌ای در همبستگی شرطی بین بازدهی‌های نقد و آتی سکه بهار آزادی وجود دارد.

در ادامه و در جدول شماره ۵، تخمین پارامترهای مدل GO-GARCH(1,1) با استفاده از روش حداکثر راست‌نمایی، گزارش شده است.

جدول ۵- تخمین پارامترهای فرآیند $GARCH(1,1)$ یک‌متغیره، در فرآیندهای مربوط به مؤلفه‌های اصلی بازدهی‌های GC و GCF در مدل $GO-GARCH$

اولین مولفه اصلی	دومین مولفه اصلی	
۰/۸۱۶۶۶۱۸	۰/۱۵۵۶۷۹۳	Φ
۰/۰۵۵۹۰۹۹	۰	α
۰/۳۷۶۳۹۰۴	۰/۹۶۹۴۲۵۲	β
-۲۸۱۸/۶۳۱۹		LL

مأخذ: خروجی نرم‌افزار MATLAB2014.

ما از رویکرد $GO-GARCH$ با یک تصریح $GJR-GARCH(1,1)$ برای تخمین همبستگی‌های شرطی، استفاده کردیم. انتخاب تصریح یادشده براساس معیارهای انتخاب مدل شامل معیارهای AIC و BIC صورت گرفته است.

توجه شود که چون مدل $GO-GARCH$ فاکتورها را تخمین می‌زند، هیچ‌گونه عددی برای انحراف معیار برآورد نشده است. برای هر دو فاکتور مدل، مقدار برآورد شده مربوط به ماندگاری کوتاه‌مدت (α) به‌طور قابل توجهی از مقدار برآورد شده برای ماندگاری بلندمدت (β) کوچک‌تر بوده که با مفروضات مدل $ADCC$ سازگار است. براساس نتایج، فاکتور اول تغییرات کوتاه‌مدت بیشتر و فاکتور دوم، تغییرات بلندمدت بیشتری را نمایش می‌دهند.

به‌منظور مدل‌سازی استراتژی $GARCH$ مبتنی بر کاپیولا، ابتدا، به مدل‌سازی توزیع‌های حاشیه‌ای سری‌های بازدهی‌ها، می‌پردازیم. نتایج تجربی نشان می‌دهند که بازدهی‌های دارای‌ها دارای خودهمبستگی، نوسان‌پذیری خوشه‌ای و دنباله‌های پهن هستند (جدول شماره ۱). بدین منظور نتایج معیارهای انتخاب مدل AIC ، BIC و LLF ، مؤید آن است که برای سری بازدهی‌های RGC و $RGCF$ ، بهترین برآزش را به ترتیب معادله‌های میانگین شرطی $ARMA(3,2)$ و $ARMA(2,(1,5))$ و معادله واریانس شرطی یکسان $ARCH(1,1)$ با توزیع $Student's t$ دارند. انتخاب توزیع $Student's t$ چندمتغیره برای پسماندهای معادله میانگین شرطی، به دلیل این بوده است که توزیع‌ها دنباله پهن دارند. نتایج

حاصل از تخمین مدل‌های حاشیه‌ای در جدول شماره ۶، گزارش شده‌اند. براساس نتایج، معنادار بودن ضریب جمله پسماند δ_1 در معادلات واریانس شرطی، نشان می‌دهد که بازدهی‌های نقد و آتی سکه ویژگی ماندگاری کوتاه‌مدت^۱ را نشان می‌دهند: وابستگی به شوک‌ها در کوتاه‌مدت برای بازدهی آتی سکه (۰/۸۹) در مقایسه با بازدهی نقد (۰/۶۳) بیشتر است.

از سوی دیگر، در مقایسه با بازدهی نقد، بازدهی آتی سکه ماندگاری بلندمدت^۲ $\delta_1 + \gamma_1$ ، کوچک‌تری را نشان می‌دهد که بیان‌کننده آن است که بعد از ورود شوک، هم‌گرایی بازدهی آتی سکه به سمت تعادل بلندمدت در مقایسه با بازدهی‌های نقد با سرعت بیشتری صورت می‌گیرد.

نتایج آزمون‌های برازش صحیح حاشیه‌ها^۳، شامل آزمون کولموگروف-اسمیرنوف^۴ (K-S)، کرامر-فون میسز^۵ (C-VM) و اندرسون دارلینگ^۶ (A-D) در جدول شماره ۷، تأیید می‌کنند که پسماندهای استاندارد شده دارای توزیع یکنواخت (۰،۱) هستند و از این رو، توزیع‌های حاشیه‌ای به‌درستی تصریح شده‌اند.

از آنجا که در این مقاله هدف، تخمین نسبت OHR در یک چهارچوب پویاست، به تخمین کاپیولای گوسین متغیر زمانی، کاپیولای Student's t متغیر زمانی و کاپیولای SJC متغیر زمانی نیز پرداخته‌ایم. معیارهای انتخاب مدل شامل معیارهای AIC، BIC و تابع لگاریتم راست‌نمایی LLF، کاپیولای SJC را به‌عنوان بهترین مدل انتخاب کردند. از این رو، تنها به گزارش نتایج برآورد کاپیولای SJC می‌پردازیم.

در جدول شماره ۸، تخمین‌های پارامترهای مدل کاپیولای SJC متغیر زمانی گزارش داده شده است.

-
- 1- Short-Run Persistence
 - 2- Long-Run Persistence
 - 3- Goodness of Fit Tests
 - 4- Kolmogorov-Smirnov
 - 5- Cramer-von Mises
 - 6- Anderson-Darling

جدول ۶- نتایج تخمین مدل‌های حاشیه‌ای $ARMA(3,2)-GARCH(1,1)$ و $ARMA(2,(1,5))-GARCH(1,1)$ برای RGC و RGCF.

RGCF	RGC	معادله میانگین
-۰/۰۰۰۸۱۱ (۰/۷۲۴۶)	۰/۰۰۰۵۶۳ (۰/۷۸۷۷)	α_0
-۰/۶۷۷۳۹۳ (۰/۰۰۰۰)*	۰/۲۰۵۹۵۳ (۰/۰۰۰۰)*	α_1
۰/۰۳۷۱۲۹ (۰/۱۷۲۰)	-۰/۹۷۵۱۰۱ (۰/۰۰۰۰)*	α_2
-----	-۰/۰۳۱۴۷۵ (۰/۲۲۵۱)	α_3
۰/۷۴۸۹۷۶ (۰/۰۰۰۰)*	-۰/۲۳۱۱۸۳ (۰/۰۰۰۰)*	β_1
-----	۰/۹۸۴۶۰۱ (۰/۰۰۰۰)*	β_2
۰/۰۴۱۴۰۶ (۰/۰۷۵۵)**	-----	β_5
		معادله واریانس
۰/۰۰۰۰۰۲۱۸ (۰/۰۳۷۷)*	۰/۰۰۰۰۲۱۸ (۰/۰۹۱۲)**	γ_0
۰/۱۵۹۶۶۸ (۰/۰۰۰۶)*	۰/۷۴۵۷۵۴ (۰/۰۰۰۰)	γ_1
۰/۸۹۴۷۷۲ (۰/۰۰۰۰)*	۰/۶۳۸۵۲۸ (۰/۰۸۳۳)**	δ_1
۱۰/۲۵۵***	۱۰/۸۰۰***	Q(12)
۲/۹۹۷۸***	۱/۰۰۰۲***	Q ² (12)
۰/۲۶۷۳۹۵***	۰/۰۵۰۵۵۴***	ARCH

توضیح: علامت‌های * و ** بیان‌کننده معناداری به ترتیب در سطح ۵٪ و ۱۰٪ هستند. علامت *** نشان‌دهنده رد نشدن فرضیه صفر است.
 مأخذ: محاسبات تحقیق.

جدول ۷- آزمون‌های برازش صحیح حاشیه‌ها

آزمون‌ها	RGC	RGCF
K-S	۰/۰۱۵۴۳۸	۰/۰۱۱۳۳۲
	(۰/۵۴۷۵)*	(۰/۷۲۲۸)*
C-v.M	۰/۳۱۱۰۹۷	۰/۱۳۴۵۰۱
	(۰/۱۲۵۸)*	(۰/۴۴۰۵)*
A-D	۲/۰۲۸۱۳۸	۱/۴۰۶۳۶۴
	(۰/۰۸۸۶)*	(۰/۲۰۰۵)*

توضیح: مقادیر p-value مربوط به آزمون‌ها در پرانتز قرار داده شده است. علامت * بیان‌کننده رد نشدن فرضیه صفر مبنی بر یکنواخت بودن، در سطح ۵٪ است. مأخذ: محاسبات تحقیق.

جدول ۸- تخمین‌های پارامترهای مدل کاپیولاهای متغیر زمانی

پارامترها	Ψ_0^U	Ψ_2^U	Ψ_1^U	Ψ_0^L	Ψ_2^L	Ψ_1^L
ضرایب	۳/۹۲۹۹	-۱۲/۷۸۲۸	-۳/۶۲۶۸	-۱/۶۵۱۵	-۶/۸۲۹۳	-۰/۸۶۲۷
احتمال	(۰/۰۰۰۰)*	(۰/۰۰۰۰)*	(۰/۰۰۰۰)*	(۰/۰۰۰۰)*	(۰/۰۰۰۰)*	(۰/۰۰۰۰)*
	AIC	BIC	LLF			
	-۸۶۱/۵۱۲	-۸۶۱/۴۸۸	-۴۳۰/۷۶۱			

توضیح: مقادیر p-value مربوط به آزمون معناداری، در پرانتز قرار داده شده‌اند. علامت * نشان‌دهنده معناداری در سطح ۵٪ است. مأخذ: خروجی نرم‌افزار MATLAB2014.

بزرگ بودن قدر مطلق مقدار پارامتر خودرگرسیون نشان‌دهنده آن است که شوک‌های وارد شده، تأثیر قابل توجهی بر ساختار وابستگی بازدهی‌های نقد و آتی طی زمان دارند که متعاقباً بر تخمین نسبت پوشش ریسک نیز تأثیرگذار خواهد بود. مقادیر به دست آمده برای دنباله‌های حدی پایین و بالا به ترتیب برابر ۰/۴۹۴۳ و ۰/۵۱۳۱ است و دلالت بر آن دارد که هم‌حرکتی بازار نقد و آتی سکه بهار آزادی در دوره‌های رکود بیشتر از دوره‌های رونق است.

بعد از تخمین مدل‌های ADCC و GO-GARCH و کاپیولای SJC متغیر زمانی، نسبت

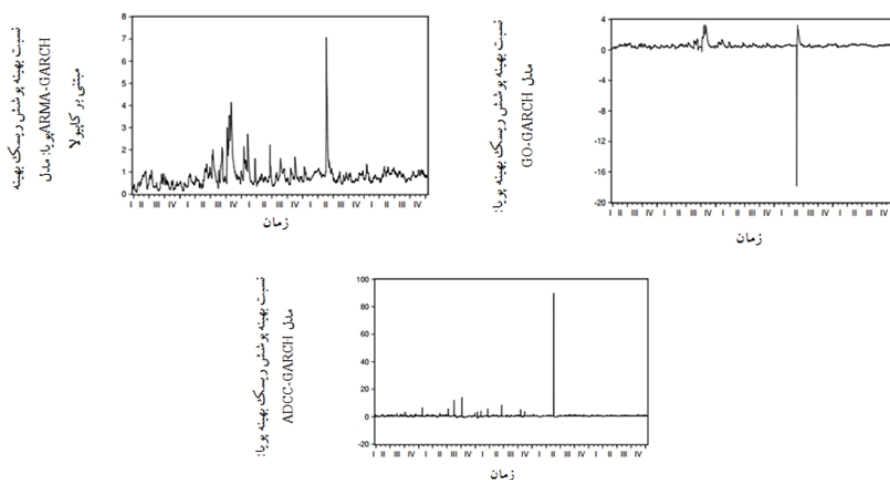
بهینه پوشش ریسک (OHR) بین بازدهی‌های نقد و آتی سکه، براساس معادله (۲۵) محاسبه شده است. نتایج در نمودار شماره ۲، ترسیم و در جدول شماره ۹، گزارش شده‌اند. همچنین عملکرد نسبت‌های بهینه پوشش ریسک پویای به‌دست آمده از مدل‌های نوسان‌پذیری یادشده، براساس شاخص HE از معادله (۲۶) محاسبه و در جدول شماره ۹، گزارش شده است. در نمودار شماره ۲، ملاحظه می‌شود که مقادیر OHR به‌دست آمده از مدل‌های نوسان‌پذیری چندمتغیره فوق، طی زمان متغیر است. بزرگ‌ترین مقدار متوسط OHR برابر با ۰/۸۱۸ و برای مدل GO-GARCH به‌دست آمد و بیان‌کننده آن است که پوشش‌دهندگان در بازار فروش سکه، به‌منظور مینیمم‌سازی ریسک پیش روی خود، باید در مقابل ۱۰۰ ریال فروش (موقعیت خرید) در بازار نقد سکه بهار آزادی، حدود ۸۱ ریال آتی سکه بهار آزادی بخرند (بفروشند).

ستون چهارم در جدول شماره ۹، نشان می‌دهد که در مقایسه با دو مدل دیگر، مدل GO-GARCH به‌طور موثرتری واریانس پورتفولیوی متشکل از نقد و آتی سکه بهار آزادی را کاهش می‌دهد و بالاترین کارایی را در پوشش ریسک نوسانات قیمت سکه بهار آزادی دارد، زیرا مقدار به‌دست آمده برای شاخص HE (که برحسب درصد بیان شده است) و همچنین مقدار میانگین OHR محاسبه شده براساس این مدل، از سایر مدل‌ها بزرگ‌تر است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که مدل GO-GARCH بهترین مدل از نظر میزان کاهش واریانس پورتفولیو است.

جدول ۹- آماره‌های توصیفی نسبت پوشش ریسک (OHR) و شاخص کارایی استراتژی پوشش (HE)

HE(%)	ماکزیمم	مینیمم	میانگین	
-۱۳/۵۹۴۶	۷/۰۶۴۸۷۰	۰/۰۹۳۸۹۳	۰/۸۱۸۱۶۱	GARCH مبتنی بر کاپیولا
۰/۴۶۴۶	۳/۲۹۶۳۲۱	-۱۷/۸۲۳۵۲	۰/۵۶۰۱۰۲	GO-GARCH
-۰/۱۶۴۶۱۱	۸۹/۷۳۴۴۲	-۱/۲۰۵۳۳۹	۰/۶۶۶۳۴۹	ADCC-GARCH

مأخذ: محاسبات تحقیق.



نمودار ۲- نسبت‌های پوشش ریسک بهینه (OHR)

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، از مدل‌های ADCC، GO-GARCH و GARCH مبتنی بر کاپیولای متغیر زمانی برای تخمین، ارزیابی و مقایسه نسبت بهینه پوشش ریسک نوسانات قیمت‌های نقد با آتی سکه بهار آزادی طی دوره زمانی ۱۳۸۹/۸/۵ تا ۱۳۹۵/۴/۳۱، استفاده شد. عملکرد برتر مدل GO-GARCH در مقایسه با سایر مدل‌های رقیب، دلالت دارد بر اینکه استراتژی‌های پوشش ریسک مبتنی بر مدل GO-GARCH، برای بازار نقد مناسب‌تر

هستند.

این نتایج با کار بهرامی و همکاران (۱۳۹۳)، مبنی بر اینکه نسبت بهینه پوشش ریسک حداقل واریانس کمترین کارآیی را در پوشش ریسک نوسانات آتی سکه بهار آزادی دارد، سازگار است. باشر و همکاران (۲۰۱۵) نیز برتری مدل GO-GARCH را برای پوشش ریسک با استفاده از طلا برای چند بازار نوظهور، نتیجه گرفتند. این در حالی است که اسکندری و همکاران (۱۳۹۴)، نتیجه گرفتند که استفاده از مدل‌های خانواده GARCH در مقایسه با مدل رگرسیون خطی و مدل خودرگرسیون برداری موجب افزایش کارآیی در تخمین نسبت OHR نشده است. اسکندری و همکاران (۱۳۹۵)، در مطالعه دیگری، نتیجه گرفتند که مدل‌های GARCH در مقایسه با مدل‌های EGARCH و TARCH، کارآیی برتری را در تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک قراردادهای آتی سکه نشان می‌دهند.

به‌علاوه، نتایج تخمین مدل کاپیولای SJC متغیر زمانی، دلالت دارد بر اینکه قیمت‌های نقد و قیمت‌های آتی سکه طی دوران تنش در بازار^۱ سکه، بدون توجه به وضعیت بازار (رونق یا رکود)، گرایش به هم‌حرکتی دارند. این نتیجه، با مطالعه اسلامبولچی (۱۳۹۱)، سازگار است که از بین مدل‌های خانواده GARCH و مدل GARCH مبتنی بر کاپیولا، برتری مدل کاپیولای استیودنت t با دنباله‌های حدی غیرصفر را در تخمین نسبت OHR نتیجه گرفت.

در زمینه مدیریت ریسک پورتفولیو، نتایج آماری همچنین دلالت بر این دارند که هم‌حرکتی بین بازارهای نقد و آتی در دوره رکود بیشتر از دوره رونق است. از این رو، این نتایج با این دیدگاه سازگار هستند که به‌طور کلی سرمایه‌گذاران در بازار نقد سکه می‌توانند از مزایای ناشی از متنوع‌سازی سرمایه‌گذاری به‌وسیله آتی سکه، بهره بگیرند. به‌علاوه، سرمایه‌گذارانی که پورتفولیوهای متنوع‌سازی شده از سکه و آتی آن نگهداری می‌کنند، ممکن است با زیان‌های قابل توجهی طی زمان‌های رکود بازار سکه روبه‌رو شوند. در چنین شرایطی، اتخاذ موقعیت فروش در آتی سکه برای سرمایه‌گذاران در بازار نقد می‌تواند با

منفعت همراه باشد، زیرا به کاهش زیان‌های حدی پورتفولیو کمک می‌کند. برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود، انواع گسترده‌تری از مدل‌های خانواده GARCH، به‌خصوص از گروه مدل‌های مبتنی بر کاپیولای پیچیده‌تر، برای بررسی و مقایسه ارزیابی عملکرد آنها به‌منظور پوشش ریسک بازارهای مالی ایران استفاده شود. از سوی دیگر، در آینده با توسعه بیشتر بازارهای مالی ایران و امکان دسترسی به قراردادهای پوشش ریسک متنوع‌تر با دوره زمانی طولانی‌تر، می‌توان نتایج این مقاله را با اعتبار بیشتری از نظر آماری ارایه داد؛ همچنین با معرفی انواع مختلف قراردادهای آتی در بازارهای مالی ایران، می‌توان به مقایسه کارآیی هر کدام از این ابزارها برای پوشش ریسک نوسانات سکه بهار آزادی پرداخت که می‌تواند دستاوردهای این مقاله را به‌خوبی تعمیم دهد.

منابع

- اسکندری، حمید، علی‌اصغر انواری رستمی و علی حسین‌زاده کاشان (۱۳۹۴)، «نسبت بهینه پوشش ریسک ارز با استفاده از قرارداد آتی طلا در بازار مالی ایران»، *فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، دوره ۶، شماره ۲۵، صص ۴۰-۲۱.
- اسکندری، حمید، علی‌اصغر انواری رستمی و علی حسین‌زاده کاشان (۱۳۹۵)، «پوشش ریسک با استفاده از شاخص ترکیبی قراردادهای آتی (مطالعه موردی بازارهای مالی ایران)»، *فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، دوره ۷، شماره ۲۸، صص ۷۲-۵۵.
- اسلامبولچی، فرشید (۱۳۹۱)، *تخمین نرخ بهینه پوشش ریسک: یک رهیافت مقایسه‌ای برای بازار کالای ایران*، پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته سیستم‌های اقتصادی - اجتماعی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف.
- باجلان، سعید، رضا راعی و شاپور محمدی (۱۳۹۶)، «مدل‌سازی تابع توزیع زیان‌های بیمه‌ای با بهره‌گیری از توزیع‌های ترکیبی و مفهوم کاپیولا»، *تحقیقات مالی*، مقاله آماده انتشار.
- بهرامی، جاوید و اکبر میرزاپور باباجان (۱۳۹۱)، «نسبت بهینه پوشش ریسک در قراردادهای آتی سکه بهار آزادی مورد معامله در بورس کالای ایران»، *فصلنامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی*، دوره ۲۰، شماره ۶۴، صص ۲۰۶-۱۷۵.
- بهرامی، جاوید، اکبر میرزاپور و بهزاد فکاری (۱۳۹۳)، «پوشش ریسک با استفاده از قراردادهای آتی سکه بهار آزادی مورد معامله در بورس کالای ایران: رهیافت ضریب جینی بسط‌یافته به میانگین (MEG)»، *فصلنامه دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، دوره ۷، شماره ۱ (پیاپی ۲۱)، صص ۵۶-۴۳.
- خیابانی، ناصر و مریم ساروقی (۱۳۹۰)، «ارزش‌گذاری برآورد VaR براساس مدل‌های خانواده ARCH (مطالعه موضوعی برای بازار اوراق بهادار)»، *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران*، دوره ۱۶، شماره ۴۷، صص ۷۳-۵۳.
- فلاح‌پور، سعید و احسان احمدی (۱۳۹۳)، «تخمین ارزش در معرض ریسک پورتفوی نفت و طلا با بهره‌مندی از روش کاپیولا-گارچ»، *تحقیقات مالی*، دوره ۱۶، شماره ۲،

صص ۳۰۹-۳۲۶.

فلاح‌پور، سعید و مهدی باغبان (۱۳۹۳)، «استفاده از کاپیولا-CVaR در بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری و مقایسه تطبیقی آن با روش Mean-CVaR»، فصلنامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی، دوره ۲۲، شماره ۷۲، صص ۱۷۲-۱۵۵.

کشاوری حداد، غلامرضا و محمدرضا ستاری (۱۳۸۹)، «زمین، سکه یا سهام؛ کدام یک پوشش مناسبی در برابر تورم هستند؟»، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، دوره ۱۵، شماره ۴۴، صص ۱۷۱-۱۳۵.

کشاوری حداد، غلامرضا و مهرداد جیرانی (۱۳۹۳)، «برآورد ارزش در معرض ریسک با وجود ساختار وابستگی بین بازدهی‌های مالی: رهیافت مبتنی بر توابع کاپولا»، تحقیقات اقتصادی، دوره ۴۹، شماره ۴، صص ۹۰۲-۸۶۹.

مولایی، صابر، محمد واعظ برزانی، سعید صمدی و افشین پرورده (۱۳۹۶)، «تحلیل رابطه بین بازار ارز و شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران: رویکرد ناپارامتریک و کاپولا»، تحقیقات اقتصادی، دوره ۵۲، شماره ۲، صص ۴۷۶-۴۵۷.

مهرگان، نادر، علی‌رضا دانش‌خواه، امید چترآبگون، روح‌الله احمدی و فریبرز تیشه‌کنی (۱۳۹۳)، «بررسی پدیده بیماری هلندی و اثر شوک‌های نفتی در متغیرهای کلان اقتصادی ایران با استفاده از توابع مفصل دمی»، تحقیقات اقتصادی، دوره ۴۹، شماره ۲، صص ۴۲۸-۴۱۱.

Alexander, C. (2001). Orthogonal garch. *Mastering risk*, 21-38.

Alexander, C., & Chibumba, A. (1997). Multivariate orthogonal factor GARCH. *University of Sussex, Mimeo*.

Arouri, M. E. H., Lahiani, A., & Nguyen, D. K. (2015). World gold prices and stock returns in China: insights for hedging and diversification strategies. *Economic Modelling*, 44, 273-282.

Baillie, R. T., & Myers, R. J. (1991). Bivariate GARCH estimation of the optimal commodity futures hedge. *Journal of Applied Econometrics*, 6(2), 109-124.

Basher, S. A., & Sadorsky, P. (2016). Hedging emerging market stock prices with oil, gold, VIX, and bonds: A comparison between

- DCC, ADCC and GO-GARCH. *Energy Economics*, 54, 235-247.
- Broda, S. A., & Paoletta, M. S. (2009). Chicago: A fast and accurate method for portfolio risk calculation. *Journal of Financial Econometrics*, 7(4), 412-436.
- Sebai, S., & Naoui, K. (2015). A study of the interactive relationship between oil price and exchange rate: A copula approach and a DCC-MGARCH model. *The Journal of Economic Asymmetries*, 12(2), 173-189.
- Chang, C. L., McAleer, M., & Tansuchat, R. (2011). Crude oil hedging strategies using dynamic multivariate GARCH. *Energy Economics*, 33(5), 912-923.
- Cappiello, L., Engle, R. F., & Sheppard, K. (2006). Asymmetric dynamics in the correlations of global equity and bond returns. *Journal of Financial econometrics*, 4(4), 537-572.
- Engle, R. (2002). Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3), 339-350.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The journal of finance*, 48(5), 1779-1801.
- Kotkatvuori-Örnberg, J. (2016). Dynamic conditional copula correlation and optimal hedge ratios with currency futures. *International Review of Financial Analysis*, 47, 60-69.
- Kroner, K. F., & Sultan, J. (1993). Time-varying distributions and dynamic hedging with foreign currency futures. *Journal of financial and quantitative analysis*, 28(4), 535-551.
- Ku, Y. H. H., Chen, H. C., & Chen, K. H. (2007). On the application of the dynamic conditional correlation model in estimating optimal time-varying hedge ratios. *Applied Economics Letters*, 14(7), 503-509.
- Lai, Y., Chen, C. W., & Gerlach, R. (2009). Optimal dynamic hedging via copula-threshold-GARCH models. *Mathematics and Computers in Simulation*, 79(8), 2609-2624.
- Lee, H. T. (2009). A copula-based regime-switching GARCH model for optimal futures hedging. *Journal of Futures Markets: Futures, Options, and Other Derivative Products*, 29(10), 946-972.
- Lin, X., Chen, Q., & Tang, Z. (2014). Dynamic hedging strategy in

- incomplete market: Evidence from Shanghai fuel oil futures market. *Economic Modelling*, 40, 81-90.
- Ma, C. K., Mercer, J. M., & Walker, M. A. (1992). Rolling over futures contracts: A note. *Journal of Futures Markets*, 12(2), 203-217.
- Myers, R. J. (1991). Estimating time-varying optimal hedge ratios on futures markets. *Journal of Futures Markets*, 11(1), 39-53.
- Nelsen, R. B. (1999). An introduction to copulas, vol. 139 of Lecture Notes in Statistics.
- Patton, A. J. (2006). Modelling asymmetric exchange rate dependence. *International economic review*, 47(2), 527-556.
- Ripple, R. D., & Moosa, I. A. (2007). Hedging effectiveness and futures contract maturity: the case of NYMEX crude oil futures. *Applied Financial Economics*, 17(9), 683-689.
- Sklar, M. (1959). Fonctions de repartition an dimensions et leurs marges. *Publ. inst. statist. univ. Paris*, 8, 229-231.
- Van der Weide, R. (2002). GO-GARCH: a multivariate generalized orthogonal GARCH model. *Journal of Applied Econometrics*, 17(5), 549-564.
- Wang, K. M., & Lee, Y. M. (2016). Hedging exchange rate risk in the gold market: A panel data analysis. *Journal of Multinational Financial Management*, 35, 1-23.
- Wei, Y., Wang, Y., & Huang, D. (2011). A copula-multifractal volatility hedging model for CSI 300 index futures. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 390(23-24), 4260-4272.
- Weiβ, G. N. (2013). Copula-GARCH versus dynamic conditional correlation: an empirical study on VaR and ES forecasting accuracy. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 41(2), 179-202.
- Wen, X., Wei, Y., & Huang, D. (2011). Speculative market efficiency and hedging effectiveness of emerging Chinese index futures market. *Journal of Transnational Management*, 16(4), 252-269.
- Zhang, K., & Chan, L. (2009). Efficient factor garch models and factor-dcc models. *Quantitative Finance*, 9(1), 71-91.
- Zhou, J. (2016). Hedging performance of REIT index futures: A comparison of alternative hedge ratio estimation methods. *Economic Modelling*, 52, 690-698.