

روش برآورد تأثیر با وقفه زمانی براساس داده‌های مدل هم تجمعی

دکتر ابراهیم هادیان*

چکیده

روش‌های موجود در برآورد میزان تأثیر شوک‌های وارده بر اقتصاد غالباً قادر به بیان این اثرات در طی زمانی هستند که منحصرأ توسط مدل تعیین می‌گردد، در صورتی که تغییر بعضی از این متغیرها می‌تواند برای مدت زمان طولانی‌تر از آنچه که مدل تعیین نموده است، تأثیر خود را بر جای گذارد. روش نوین هم تجمعی در تحلیل سری‌های زمانی این امکان را می‌دهد تا بتوان روشی برای برآورد تأثیر با وقفه زمانی تغییرات متغیرهای توضیحی بر متغیر وابسته ارائه نمود. از این رو، در این مقاله پس از تدوین یک مدل هم تجمعی فرضی و تشکیل مدل تصحیح خطای مربوط به آن، روشی برای برآورد تأثیر با وقفه زمانی تغییرات موقت و دائمی متغیر توضیحی بر متغیر وابسته ارائه شده است.

*. عضو هیأت علمی بخش اقتصاد دانشگاه شیراز.

مقدمه

تأثیر با وقفه زمانی تغییرات متغیرهای توضیحی بر متغیر وابسته یکی از مشکلات عمده مدل‌های رگرسیون خطی استاندارد می‌باشد. این مدل‌ها که معمولاً، چگونگی یک رابطه علت و معلولی را بین متغیر وابسته و متغیرهای تعیین‌کننده آن نشان می‌دهند، تنها قادر به بیان تأثیر تغییرات متغیرهای توضیحی، در طی زمانی است که منحصراً توسط مدل تعیین می‌گردد. اما، در عمل، بعضی از این تغییرات می‌توانند متغیر وابسته را برای مدت طولانی‌تر تحت تأثیر قرار دهند. مثلاً، تأثیر تبلیغات بر حجم فروش یک مؤسسه را نمی‌توان تنها در یک یا دو دوره محدود کرد بلکه، این احتمال وجود دارد که تبلیغات برای سالهای متوالی تأثیر خود را بر حجم فروش به جای گذارد. این موضوع اگر چه مورد توجه صاحب نظران قرار گرفته اما، تنها برای معادلاتی که به صورت خود همبسته^۱ تبیین می‌گردند بسط و گسترش یافت.

با توجه به توسعه روش هم تجمعی^۲ موضوع مذکور در این چارچوب چندان مورد توجه واقع نگردید. از این رو، مقاله حاضر تلاشی در جهت ارائه روشی به منظور برآورد تأثیر با وقفه زمانی تغییرات موقت و دائمی متغیرهای توضیحی بر متغیر وابسته، بر اساس داده مدل هم تجمعی می‌باشد.

چارچوب تحلیل

اگر دو متغیر سری زمانی x_t و y_t دارای رابطه تعادلی و بلندمدت باشند، مدل هم تجمعی مربوط به آنها را می‌توان به شکل زیر تعریف نمود.^۳

1. Auto - Regressive

2. Cointegration Technique

۳. در نظر گرفتن معادلاتی با بیش از دو متغیر محدودیت خاصی ایجاد نمی‌کند.

$$x_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_t + u_t \quad (1)$$

که در آن u جمله پسماند می‌باشد. با توجه به این مدل هم تجمعی، مدل تصحیح خطا^۱ برای متغیر x را نیز می‌توان به صورت زیر ارائه نمود.^۲

$$\Delta x_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta y_t + \beta_2 \Delta y_{t-1} + \beta_3 \Delta x_{t-1} + \lambda \hat{u}_{t-1} + v_t \quad (2)$$

که در آن \hat{u}_{t-1} جمله پسماند برآورد شده از مدل هم تجمعی با یک وقفه زمانی و v_t جمله پسماند با میانگین صفر و واریانس σ^2 می‌باشد.^۳

از رابطه (۱) می‌توان مقدار \hat{u}_{t-1} را محاسبه نمود.^۴

$$\hat{u}_{t-1} = (x_{t-1} - \alpha_0 - \alpha_1 y_{t-1}) \quad (3)$$

با جایگزینی رابطه (۳) در رابطه (۲) خواهیم داشت.

$$\Delta x_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta y_t + \beta_2 \Delta y_{t-1} + \beta_3 \Delta x_{t-1} + \lambda (x_{t-1} - \alpha_0 - \alpha_1 y_{t-1}) + v_t \quad (4)$$

با قراردادن تساوی $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$ و $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ به طور مشابه برای Δx_{t-1} و

Δy_{t-1} ، رابطه ۴ را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$x_t = (\beta_0 - \lambda \alpha_0) + \beta_1 y_t + (-\beta_1 + \beta_2 - \lambda \alpha_1) y_{t-1} - \beta_2 y_{t-2} + (\beta_3 + \lambda + 1) x_{t-1} - \beta_3 x_{t-2} + v_t \quad (5)$$

حال، با استفاده از رابطه (۵) می‌توان کل تأثیرات حاصل از تغییرات موقت و دائمی y_t را بر x_t

محاسبه کرد.

فرض کنید یک واحد افزایش (به طور موقت و تنها در زمان t) در y_t ایجاد گردد. اثر آن در زمان t بر x_t

1. Error Correction Model

۲. برای اطلاع بیشتر از چگونگی تشکیل مدل هم تجمعی و مدل تصحیح خطا به (Rao 1994) مراجعه شود.

۳. تعداد وقفه زمانی برای Δx و Δy بستگی به ماهیت متغیرها و همچنین، چگونگی توزیع جمله پسماند دارد.

۴. از رابطه شماره (۳) به بعد مقادیر برآورد شده α ، β ، λ و v مورد استفاده قرار می‌گیرند.

برابر خواهد بود با مقدار β_1 . اثبات این موضوع با استفاده از رابطه (۵) بسیار ساده خواهد بود. در این رابطه با فرض $\Delta y_t = 1$ و ثابت بودن سایر مقادیر، $\Delta x_t = \beta_1 \Delta y_t$ یا $\Delta x_t = \beta_1$ خواهد بود.

برای زمان $t+1$ خواهیم داشت:

$$x_{t+1} = (\beta_0 - \lambda \alpha_0) + \beta y_{t+1} + (-\beta_1 + \beta_2 - \lambda \alpha_1) y_t - \beta y_{t-1} + (\beta_3 + \lambda + 1) x_t - \beta_3 x_{t-1} + v_t$$

با فرض $\Delta x_t = \beta_1$ ، $\Delta y_t = 1$ و ثابت بودن سایر مقادیر:

$$\Delta x_{t+1} = (-\beta_1 - \beta_2 - \lambda \alpha_1) \Delta y_t + (\beta_3 + \lambda + 1) \Delta x_t + \beta$$

$$\Delta x_{t+1} = (-\beta_1 + \beta_2 - \lambda \alpha_1) + (\beta_3 + \lambda + 1) \Delta x_t$$

همچنین، برای زمان $t+2$ می‌توان رابطه (۵) را به صورت زیر در نظر گرفت.

$$x_{t+2} = (\beta_0 - \lambda \alpha_0) + \beta y_{t+2} + (-\beta_1 + \beta_2 - \lambda \alpha_1) y_{t+1} - \beta y_{t+1} + (\beta_3 + \lambda + 1) x_{t+1} - \beta_3 x_t + v_{t+2}$$

با فرض $\Delta y_t = 1$ و جایگزینی مقادیر Δx_t و Δx_{t+1} (سایر مقادیر ثابتند)، مقدار Δx_{t+2} برابر خواهد

بود با:

$$\Delta x_{t+2} = -\beta_2 \Delta y_t + (\beta_3 + \lambda + 1) \Delta x_{t+1} - \beta_3 \Delta x_t$$

$$\Delta x_{t+2} = -\beta_2 + (\beta_3 + \lambda + 1) \Delta x_{t+1} - \beta_3 \Delta x_t$$

با بکارگیری شیوه فوق می‌توان مقادیر $\Delta x_{t+3}, \dots, \Delta x_{t+n}$ را محاسبه کرد. خلاصه نتایج حاصله در

جدول زیر آمده است:

جدول شماره - ۱. چگونگی تأثیر تغییرات موقت y_t بر x در طول زمان

زمان	Δy	Δx
t	۱	β_1
t+۱	۰	$(-\beta_1 + \beta_2 - \lambda \alpha_1) + (\beta_2 + \lambda + 1)\Delta x_t$
t+۲	۰	$-\beta_2 + (\beta_2 + \lambda + 1)\Delta x_{t+1} - \beta_2 \Delta x_t$
t+۳	۰	$(\beta_2 + \lambda + 1)\Delta x_{t+2} - \beta_2 \Delta x_{t+1}$
t+۴	۰	$(\beta_2 + \lambda + 1)\Delta x_{t+3} - \beta_2 \Delta x_{t+2}$
⋮	⋮	⋮
t+n	۰	$(\beta_2 + \lambda + 1)\Delta x_{t+n-1} - \beta_2 \Delta x_{t+n-2}$

حالت دیگری را نیز می‌توان در نظر گرفت که در آن، یک واحد افزایش در Y_t به صورت دائمی ایجاد گردد. در آن صورت اثر آن در زمان t برابر با β_1 خواهد بود. اما، در زمانهای t+۱ و t+۲ و ... تأثیر متفاوتی بر x_t ایجاد خواهد شد.

برای زمان t+۱ با استفاده از رابطه (۶) خواهیم داشت:

$$\Delta x_{t+1} = \beta_1 \Delta y_{t+1} + (-\beta_1 + \beta_2 - \lambda \alpha_1) \Delta y_t + (\beta_2 + \lambda + 1) \Delta x_t$$

با جایگزینی $\Delta y_{t+1} = \Delta y_t = 1$ مقدار Δx_{t+1} برابر خواهد بود:

$$\Delta x_{t+1} = \beta_1 + (-\beta_1 + \beta_2 - \lambda \alpha_1) + (\beta_2 + \lambda + 1) \Delta x_t$$

همچنین، برای زمان t+۲ با استفاده از رابطه (۷) نیز خواهیم داشت:

$$\Delta x_{t+2} = \beta_1 \Delta y_{t+2} + (-\beta_1 + \beta_2 - \lambda \alpha_1) \Delta y_{t+2} - \beta_2 \Delta y_t + (\beta_2 + \lambda + 1) \Delta x_{t+1} - \beta_2 \Delta x_t$$

نتایج فوق را می‌توان این بار نیز در جدولی خلاصه نمود.

جدول شماره ۲. چگونگی تأثیر تغییرات دائمی Y_t بر x در طول زمان

زمان	Δy	Δx
t	۱	β_1
t+۱	۱	$(\beta_r - \lambda \alpha_1) + (\beta_r + \lambda + 1) \Delta x_t$
t+۲	۱	$(\beta_r + \lambda + 1) \Delta x_{t+1} - \beta_r \Delta x_t$
t+۳	۱	$-\lambda \alpha_1 + (\beta_r + \lambda + 1) \Delta x_{t+2} - \beta_r \Delta x_{t+1}$
⋮	⋮	⋮
t+n	۰	$-\lambda \alpha_1 + (\beta_r + \lambda + 1) \Delta x_{t+n-1} - \beta_r \Delta x_{t+n-2}$

در ارتباط به مقادیر فوق، توجه به این نکته ضروری است که تغییرات x در طول زمان دقیقاً به چگونگی مدل هم تجمعی و مدل تصحیح خطای مربوط به آن مرتبط می‌باشد. لذا، با ایجاد تغییراتی در مدل‌های مذکور مقادیر تغییرات x_t ناشی از تغییرات موقت و دائمی y_t در طول زمان متفاوت خواهد بود. از این رو آنچه که در این مقاله حائز اهمیت می‌باشد شیوه برآورد می‌باشد نه مقادیر آن.

با توجه به آنچه گذشت می‌توان Δx (کل تأثیر بر x_t) را به صورت زیر به دست آورد:

$$\Delta x = \Delta x_t + \Delta x_{t+1} + \Delta x_{t+2} + \dots + \Delta x_{t+n}$$

منابع

1. Holden, K. & Thompson, J. "*Co - Integration: An Introductory Survey*". British Review of Economic Issues. Vol. 14, No. 33, (June 1992)
2. Rao, B. "Cointegration for the Applied Economist". The Macmillan Press LTD. (1994).