فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران/ سال بیستم/ شماره ۶۲/ بهار ۱۳۹۴/ صفحات ۵۶-۳۱

تخمین بیزین تابع قیمت هدانیک آپارتمان‌های مسکونی در منطقه شمال شهر تهران

کیوان شهاب لواسانی [۱]

ویدا ورهرامی [۲]

تاریخ ارسال: ۱۳۹۳/۱۱/۸ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۳/۲۵

چکیده:

در این مطالعه به بررسی برخی عوامل موثر بر قیمت مسکن در منطقه یک شهر تهران با استفاده از رویکرد اقتصاد سنجی بیزین می‌پردازیم. در اقتصاد سنجی بیزین با دخیل کردن حدس‌ها، باورها و نظرات نخبگان از طریق توزیع پیشین که در واقع منبع دیگری به جز داده‌هایی است که در اختیار محقق می‌باشد، می توان در نهایت به تخمین‌های بهتر و کاراتری دست یافت. دراین مقاله از قیمتهای فروش پانصد و چهل و شش آپارتمان مسکونی فروخته شده در منطقه یک شهر تهران، در سال۱۳۹۳استفاده می کنیم که آمارهای مذکور از مشاورین املاک منطقه و اتحادیه مشاورین املاک تهران اخذ شده است. در ادامه قیمت فروش مسکن را به عنوان متغیر وابسته و چهار متغیر توضیحی اندازه آپارتمان، عمر یا قدمت آپارتمان، داشتن استخر، سونا و سالن ورزشی در مجموعه آپارتمانی (که به صورت یک متغیرمجازی [۳] بوده و درصورت وجود مقدار، یک و در صورت عدم وجود، صفر را اختیار می کند) و تعدادپارکینگ لحاظ شده برای هر واحد مسکونی را در نظر می‌گیریم. نتایج حاصل از این مقاله حاکی از این است که، در حالت استفاده از توزیع پیشین دارای اطلاع [۴] هر یک متر مربع افزایش در مساحت آپارتمان مسکونی تقریباً حدود چهارده میلیون و ۵۰۰ هزار تومان به قیمت یا ارزش واحد مسکونی می‌افزاید، همچنین افزایش هر سال اضافی در عمر بنا یا قدمت ساختمان باعث کاهش حدود ۷۵ میلیون تومان در قیمت واحد مسکونی می‌گردد که با توجه به اینکه متوسط متراژ آپارتمان در این منطقه در نمونه ۵۴۶ تایی، استفاده شده در مقاله، حدود ۱۴۰

۱. دانشجوی دکتری اقتصاد دانشگاه تهران keyvanshahab@ut.ac.ir

۲. استادیار دانشگاه شهید بهشتی (نویسنده مسئول) Vida.varahrami@gmail.com

3. Dummy Variable
4. Informative Prior

متر مربع می‌باشد لذا به سهولت می توان بیان داشت که هر سال افزایش در قدمت یک آپارتمان مسکونی در منطقه یک شهر تهران به طور متوسط باعث کاهش حدود پانصد و سی هزار تومان در قیمت هر متر مربع بنای آپارتمان مسکونی می شود. همچنین نتایج تخمین‌ها نشان دادند که داشتن استخر، سونا و سالن ورزشی در مجتمع آپارتمانی باعث افزایش قیمت واحد مسکونی به اندازه حدودِ ۴۲۰ میلیون تومان می شود.

واژه های کلیدی: قیمت مسکن، اقتصاد سنجی بیزین، بیزین هدانیک.

طبقه بندی JEL: Q43.

۱. مقدمه

به نظر می رسد در شهری مثل تهران با ناهمگنی های بسیار زیاد در مناطق مختلف، تحلیل کلی در به کارگیری روش هدانیک قیمتی برای کل مناطق تهران (یا برخی از شهرهای دیگر کشور) مشکلات اساسی داشته باشد. زیرا به علت وجود ناهمگنی های فراوان در امکانات مناطق مختلف شهر تهران و وضعیت درآمدی ساکنان آن مناطق، مشاهده می شود که برخی امکانات مثل استخر، سونا و سالن ورزشی در مناطقی مثل منطقه یک شهر تهران، واقعاً دارای اثرات تعیین کننده ای در قیمت واحد مسکونی آن منطقه باشد. ولی در مناطق جنوبی شهر تهران، این امکانات تاثیری در قیمت واحد مسکونی نداشته و افراد متقاضی این امکانات نیستند. از سویی در مناطق شمالی شهر تهران مثل منطقه یک، واحدهای مسکونی با اندازه کوچک متقاضی زیادی ندارد ولی در عوض واحدهای بزرگ دارای متقاضی بیشتری هستند. در مورد داشتن پارکینگ نیز مسئله به همین صورت است به طوری که متقاضیان واحدهای مسکونی در منطقه یک شهر تهران برخلاف مناطق جنوبی شهر، خواهان تعداد بیشتری پارکینگ هستند. بنابراین با توجه به موارد مذکور به کار گیری روشهای معمول و متداول مثل روش هدانیک برای کل مجموعه شهر تهران بدون توجه به

ناهمگنی های زیاد موجود در مناطق مختلف این شهر، نادرست است.[۱] حتی به نظر می رسد که مشکل با به کارگیری روش هدانیک با ملاحظه وقفه‌های فضایی و همبستگی‌های فضایی در مدلهایی که برای کل شهر تهران است نیز حل نمی شود، زیرا همبستگی های فضایی در مناطق مختلفِ مجاور، ممکن است وجود نداشته باشد، یعنی ممکن است منطقه ای به نحوی باشد که عموماً تجاری باشد (مثل منطقه هفت) و با سایر مناطق همبستگی فضایی نداشته باشد. از طرفی، از آنجا که واحد های مسکونی یا آپارتمان‌های مسکونی کالاهایی همگن نیستند و به دلیل تفاوت در ویژگی‌هایی نظیر اندازه یا مساحت زیر بنای هر واحد، عمر یا قدمت بنای ساختمان، داشتن امکاناتی مثل استخر، سونا، سالن ورزشی و لابی یا سالن اجتماعات بزرگ و تعداد پارکینگ از یکدیگر متمایز و متفاوت می گردند، بکار بردن توابع تقاضای معمول برای مسکن، انتزاعی به نظر می رسد و به همین دلیل در این مطالعه برای تخمین تابع تقاضا از روش هدانیک از نوع بیزین یا بیزین هدانیک استفاده می‌شود. مدل بیزین در حقیقت یک روش تکراری کلاسیک است که برای افزودن یا کاستن خطای استاندارد به مدل رگرسیون خطی استفاده می‌شود. مرحله اول در مدل بیزین، مدلسازی وضعیتهای پیشین می‌باشد. مدل بیزین بر پایه تابع راستنمایی برای مقادیر حاصل از روش حداقل مربعات معمولی تعیین می‌شود و در ادامه یک پیشینه مناسب برای واریانس خطا معرفی می گردد.

در این مقاله داده های مورد نیاز به صورت مقطعی است که از ۵۴۶ واحد آپارتمانی مسکونی فروخته شده در منطقه یک شهر تهران در مناطق اقدسیه، فرمانیه، کامرانیه، آجودانیه، نیاوران، منظریه، زعفرانیه، باغ فردوس، دربند، الهیه، ولنجک، محمودیه، قیطریه و بخشی از قسمت های خیابان پاسداران که در منطقه یک شهرداری تهران واقع شده است از طریق اطلاعات جمع‌آوری شده از صنف مشاورین املاک واقع در منطقه یک شهر

۱. ممکن است در برخی مطالعات خارجی به علت اینکه کلیه مناطق یک شهر از همگنی قابل توجهی نسبت به یکدیگر برخوردار بوده اند از روش هدانیک برای کل آن شهر استفاده شده باشد ولی در شهر تهران استفاده از این روش با مشکلاتی مواجه است.

تهران استفاده می‌گردد که به کمک این اطلاعات، ابتدا تابع قیمت بیزین هدانیک آپارتمان‌های مسکونی در منطقه مذکور تخمین زده شده و سپس ضرایب توابع تقاضای مشخصه های اصلی واحد آپارتمانی مسکونی برآورد می‌گردد. روش تخمین بکار گرفته شده در این مقاله همان روش حداقل مربعات معمولی بیزین است که با استفاده از آن ضرایب تابع تقاضا را برای هریک از ویژگی های مذکور تخمین خواهیم زد.

علت انتخاب منطقه یک شهر تهران از این جهت است که، در این منطقه، بر خلاف بسیاری از مناطق شهر تهران ناهمگنی‌های کمتری وجود دارد. در صورتی که در سایر مناطق شهر تهران در سطح یک منطقه نوعی ناهمگنی در وضعیت قیمت هر متر مربع آپارتمان مسکونی و محیط و همسایگی برخی محله ها و ناهمگنی درآمدی در بین افراد ساکن در منطقه وجود دارد.

بدین ترتیب *هدف* از نگارش این مقاله تخمین تابع قیمت بیزین هدانیک آپارتمان‌های مسکونی در منطقه یک شهر تهران و برآورد ضرایب توابع تقاضای مشخصه‌های اصلی واحد آپارتمانی مسکونی این منطقه است. *نوآوری* این مطالعه نسبت به سایر مطالعات، این است که در این مطالعه برای تخمین تابع تقاضا از روش هدانیک از نوع بیزین یا بیزین هدانیک استفاده می‌شود و نحوه استفاده از یک تحلیل بیزین پیچیده که مشتمل بر شرایط پیشین، شرایط پسین، مقایسه مدل و پیش بینی می‌باشد، برای یک رگرسیون غیرخطی با چهار متغیر توضیحی مطرح می گردد.

در ادامه در بخش دوم به بیان پیشینه تحقیق، در بخش سوم به بررسی مبانی نظری مربوط به تابع قیمت هدانیک یا تابع قیمت رفاهی مسکن، در بخش چهارم به معرفی مدل بیزین، در بخش پنجم به بررسی داده‌ها و تخمین مدل و در بخش ششم به بیان جمع‌بندی می‌پردازیم.

۲. پیشینه تحقیق

در این قسمت به بیان مطالعات انجام شده در راستای موضوع مقاله می پردازیم. برگ[1] (۲۰۰۲) در مطالعه خود که در کشور سوئد انجام داد، به بررسی و آزمون تاثیرگذاری

1. Berg, 2002.

تغییرات قیمت در استکهلم بر دو کلان شهر دیگر یعنی مالمو و گوتنبرگ و چهار ناحیه اطراف پرداخت. نتایج بررسی وی نشان داد که تغییرات قیمت مسکن در استکهلم با یک وقفه، علت گرنجری تغییرات قیمت در ملمو، گوتنبرگ و چهار ناحیه محلی نزدیک دیگر بود ولی رابطه عکس از دیگر مناطق به استکهلم وجود نداشت. دوکمینگی، یوندر و یاواس[1] (۲۰۰۳) با استفاده از یک مدل قیمت هدانیک تابع تقاضای مسکن در شهر استانبول را تخمین زدند و تاثیر ویژگی های محلی و منطقه‌ای، ساختاری و عوامل خارجی را بر تابع تقاضای مسکن شهر استانبول بررسی کردند. آنها نشان دادند که تعداد اتاق، ویژگی های فیزیکی واحد مسکونی، داشتن سند ملی و عنوان قانونی تاثیر مثبت قابل توجه و معناداری بر قیمت مسکن در شهر استانبول داشته است. هایزن و دیگران[2] (۲۰۰۵) تابع قیمت هدانیک را به صورت تجربی برای یکی از شهرهای کشور چین بررسی کردند و نشان دادند که چهارده متغیرِ سطح زیربنا، فاصله تا دریا، فضای داخلی ساختمان، شرایط ترافیک، وجود پارکینگ، اتاق زیرشیروانی، سطح دکوراسیون، محیط، زمان انجام معامله فیزیکی و نزدیکی به دانشگاه، تاثیر مهم و معناداری بر قیمت مسکن در شهر هانگزو داشت. چیکا و همکاران[3] (۲۰۱۳) در مطالعه ای با استفاده از یک تابع قیمت هدانیک نشان دادند که قیمت مسکن در یک منطقه وابسته به قیمتهای مسکن در همسایگی اش است. لذا وابستگی مکانی یکی از علل اصلی همبستگی فضایی می باشد. در این مطالعه، از یک تابع قیمت هدانیک استفاده شد و دو معادله اساسی معرفی گردید. اولین معادله، قیمتهای مسکن را با استفاده از یک نمونه گیری توضیح می داد و دومی وضعیت مناطق و تاثیر مناطق بر قیمت مسکن را تحلیل می‌کرد. در این مطالعه، در نهایت، قیمتهای مسکن با استفاده از مدل دوم پیش بینی گردید.

در ایران نیز مطالعاتی در این راستا انجام شده است که در ادامه به بررسی آنها می‌پردازیم.

1. Dokmeci, Onder and Yavas, 2003.
2. Hazhen, et al, 2005.
3. Chica, et al, 2013.

خوش اخلاق و همکاران (۱۳۷۸) در مطالعه ای تابع تقاضای مسکن شهری مربوط به خمینی شهر را با استفاده از مدل قیمت هدانیک با ۱۹۰ مشاهده و با روش حداقل مربعات معمولی برآورد کردند. نتایج مطالعه آنها نشان داد که ویژگی های فیزیکی، محیطی و همسایگی واحد مسکونی بر قیمت مسکن در خمینی شهر بیشترین تاثیر را داشت.
اکبری و همکاران (۱۳۸۳) در مطالعه ای عوامل موثر بر قیمت مسکن در شهر مشهد را با توجه به رهیافت اقتصاد سنجی فضایی بررسی کردند و چهار ویژگی فیزیکی یا ساختاری، محیطی و دسترسی و فضایی را برای مسکن تعریف کردند. در مورد واحدهای ویلایی بیشترین ضرایب تابع هدانیک مربوط به متغیرهای مساحت زمین و وضعیت ناامنی محله بود. در مورد واحدهای آپارتمانی بیشترین ضرایب تابع هدانیک مربوط به متغیرهای قیمت هر مترمربع واحد زمین و قدمت ساختمان بود. نتایج بررسی آنها نشان داد که وجود یا عدم وجود همبستگی فضایی در مدل قیمت هدانیک با توجه به نوع واحد مسکونی متفاوت است.

صادقی و همکاران (۱۳۸۷) در مطالعه ای آثار آلودگی هوا بر ارزش مسکن را در شهر تبریز با استفاده از تابع قیمت هدانیک بررسی کردند. آنها نشان دادند که مساحت زیربنای واحد مسکونی، درآمد مستاجر و تحصیلات سه متغیر مهم تاثیرگذار بر اجاره بهای واحد مسکونی بعد از آلاینده های هوا است. ابونوری و همکاران (۱۳۸۷) در مقاله ای با استفاده از روش هدانیک در پی شناخت میزان ارزش گذاری مصرف کننده برای هر یک از ویژگی های مسکونی برآمدند. آنها از یک مدل لگاریتمی تابع اجاره بها استفاده کرده و با استفاده از داده های مقطعی سال ۱۳۸۳ در شهرهای تبریز و اردبیل به بررسی پرداختند و نشان دادند که عوامل فیزیکی بیشتر از سایر عوامل بر اجاره بهای مسکن در شهرهای تبریز و اردبیل تاثیر دارد و آثار این عوامل بر واحدهای ویلایی و آپارتمانی متفاوت است. محمدزاده و همکاران (۱۳۹۱) در مطالعه ای به شناسایی عوامل موثر بر قیمت مسکن در شهر تبریز با استفاده از رویکرد اقتصادسنجی فضایی پرداختند. آنها در مطالعه خود چهار عامل فیزیکی، محیطی، دسترسی و فضایی را در نظر گرفتند و اطلاعات مربوط به ۷۵۷

خانوار نمونه ساکن در شهر تبریز را در سال ۱۳۸۹ جمع آوری کردند. نتایج مدل آنها نشان داد که فرضیه وجود وابستگی فضایی در متغیر قیمت واحدهای مسکونی در مدل تایید می شود و متغیرهای دسترسی واحد مسکونی به خیابان، مجهز بودن به سیستم های گرمایشی و سرمایشی و وضعیت امنیت منطقه اثر مثبت و معناداری بر قیمت واحدهای مسکونی شهر تبریز دارد. همچیین قیمت واحدهای مسکونی دارای مصالح و اسکلت بندی بتونی و فلزی نسبت به واحدهای مسکونی با مصالح خشتی یا چوبی، دارای قیمت بالاتری هستند. ساختمانهای مسکونی با نمای سنگ مرمر نسبت به واحدهای مسکونی با نمای غیراستاندارد یا بدون نما قیمت بالاتری دارند.

همانطور که پیشتر بیان شد، ابداع تحقیق حاضر نسبت به سایر مطالعات بیان شده این است که در این مطالعه نحوه استفاده از یک تحلیل بیزینی پیچیده که مشتمل بر شرایط پیشین، شرایط پسین، مقایسه مدل و پیش بینی است، برای یک رگرسیون غیرخطی با چهار متغیر توضیحی و فروض اولیه مطرح می‌گردد.

۳. مبانی نظری مربوط به تابع قیمت هدانیک یا تابع قیمت رفاهی مسکن

واژه هدانیک[1] از ریشه یونانی هدانیکوس به معنی لذت جویی گرفته شده است.[2] در اقتصاد رفاه، هدانیک به معنی مطلوبیت یا رضایت کسب شده توسط مصرف کننده از کالا یا خدمت می باشد. روش هدانیک اولین بار توسط گریلیچس برای تجزیه و تحلیل تقاضای بازار مسکن و محیط زیست به کار رفت و به وسیله کارهای نظری لنکستر و روزن[3] مطرح شد. در الگوی تقاضای هدانیک، یک کالا دارای چند بعد است و چون مسکن نیز چند بعدی است و شامل سبدی از ویژگی های مختلف می باشد لذا استفاده از الگوی قیمت هدانیک در بازار مسکن مناسب است.[4] بنابراین قیمت مسکن تابعی از ویژگی‌های مورد

1. Hedonikos

۲. دایره المعارف مزایا

3. Lancaster and Rosen

۴. ابونوری و همکاران، ۱۳۸۷

استفاده در واحد مسکونی مورد تقاضا توسط خانوار می‌باشد که تابع قیمت هدانیک نامیده می‌شود.

تابع قیمت هدانیک[۱] را با P(Z) نشان می‌دهیم که به صورت $P(Z)=P(Z_1,..Z_n)$ می باشد و ارتباط قیمت بازاری یک واحد مسکونی را با مشخصه‌های آن نشان می دهد یعنی تاثیر هر یک از ویژگی های واحد مسکونی مورد نظر بر قیمت بازاری آن را نمایان می-کند. اگر شرایط حداکثرسازی سود به وسیله بنگاه‌های عرضه کننده واحد مسکونی و بهینه سازی رفتار خانوارهای تقاضاکننده واحد مسکونی با هم و تعادل از طریق عرضه و تقاضای واحد مسکونی در نظر گرفته شود، تابع قیمت هدانیک حاصل می‌شود. اگر خانواری برداری از ویژگی های فیزیکی، مکانی و محیطی و دیگر کالاها را مصرف کند، از این انتخاب، احساس رضایت کرده و سطحی از رفاه برای او حاصل می آید که تابع مطلوبیت این خانوار به صورت $U=U(X,Z)$ می‌باشد، که در آن Z برداری از ویژگی های فیزیکی، مکانی و محیطی یک واحد مسکونی بوده و X دیگر کالاها است.

$$MaxU=U(X,Z_1,Z_2,..Z_n)$$
$$s.tY=P(Z)+X$$

$$L=U(X,Z_1,Z_2,..,Z_n)+\lambda(Y-X-P(Z)) \quad (۱)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X}=0\Rightarrow\frac{\partial U}{\partial X}-\lambda=0 \quad (۲)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Z_i}=0\Rightarrow\frac{\partial U}{\partial Z_i}-\lambda\frac{\partial P(Z)}{\partial Z_i}=0\Rightarrow\frac{\partial U}{\partial Z_i}=U_{zi} \quad (۳)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=0\Rightarrow Y-X-P(Z)=0 \quad (۴)$$

که داریم:

$$(2),(3)\Rightarrow\frac{\partial U}{\partial X}=\frac{1}{P_i}.\frac{\partial U}{\partial Z_i} \quad (۵)$$

۱. ابونوری و همکاران، ۱۳۸۷

حال اگر به منظور سادگی قیمت دیگر کالاها را واحد در نظر بگیریم و درآمد خانوار را با Y نشان دهیم محدودیت بودجه خانوار به صورت $Y = P(Z) + X$ خواهد بود، که با استفاده از روش لاگرانژ برای حداکثرسازی تابع مطلوبیت با توجه به محدودیت‌های بودجه ای که وجود دارد و با حل سیستم معادلات برای $P(Z)$، زمانی که همه ویژگی‌ها به جز Z_i ثابت است، تابع قیمت پیشنهاد شده توسط خانوار به صورت $\theta = \theta(Z_1,..,Z_n,Y,U)$ به دست می‌آید که θ قیمت پیشنهادی برای خرید Z_i، U مطلوبیت و Y درآمد خانوار است.[1]

٤. معرفی مدل بیزین

به طور کلی در روش بیزین با پارامترهای غیر قابل مشاهده مدل‌های آماری، همانند متغیرهای تصادفی رفتار می‌شود به عبارت دیگر در روش بیزین، پارامترهای مدل را تصادفی در نظر می گیرند. اصولاً زمانیکه داده‌های کافی در دسترس نیست و یا حجم داده‌ها بسیار اندک است، در این موارد به منظور کمی کردن یا مقداری نمودن دانش مبتنی بر حدس یا باور خود در مورد پارامترهای مدل، از یک توزیع پیشین برای پارامترهای مدل استفاده می کنیم. در واقع روش بیزین مکانیسمی را جهت ادغام یا ترکیب اطلاعات پیشین در مورد پارامترها با اطلاعات حاصل از داده های نمونه جهت استنباط پارامترهای مدل فراهم می آورد تا درجه باور در مورد پارامترها اصلاح شود. در واقع اگر θ پارامتر جامعه باشد، آنگاه اطلاعات پیشین را با $p(\theta)$ نشان می دهیم که این توزیع پیشین معمولاً به صورت تجربی تعیین می شود و تابع درستنمایی[2] را برای داده های مشاهده شده به صورت $L(data|\theta)$ نشان می دهیم. بعد با تلفیق اطلاعات پیشین با داده ها توسط قانون بیز، می توانیم به سهولت به تابع چگالی احتمال پسین به صورت زیر دست یابیم:

---

۱. ابونوری و همکاران، ۱۳۸۷

2. Likelihood function

$$p(\theta|data) == \frac{L(data|\theta)\,p(\theta)}{\int L(data|\theta)\,p(\theta)d\theta} = \frac{R(\theta)\,p(\theta)}{\int R(\theta)\,p(\theta)d\theta}$$

در رابطه فوق، $R(\theta)=\frac{L(\theta)}{L(\hat{\theta})}$، موسوم به تابع راستنمایی نسبی است و $\hat{\theta}$ برآورد حداکثر راستنمایی یا MLE پارامتر θ است. اصولاً زمانی که داده هایی را با حجم اندک در دست داریم، می توانیم با استفاده از توزیع شرطی پارامترها، اقدام به بروز رسانی یا به هنگام سازی[1]دانش یا اطلاع پیشین خود با مفروض یا داده شده‌بودن[2] داده‌ها نماییم و این ارتباط یا انتقال از توزیع پیشین به توزیع به هنگام شده پسین با توجه به قاعده بیز به صورت زیر صورت می گیرد:

$$p(\theta|x) = \frac{p(x|\theta).p(\theta)}{p(x)}$$

در عبارت فوق $p(\theta|x)$: توزیع پسین θ، $p(x|\theta)$: توزیع پسین x ، $p(\theta)$: توزیع پیشین و $p(x)$:توزیع حاشیه‌ای x است که $p(x)$ بوسیله انتگرال گیری از توزیع توأم یا مشترک نسبت به پارامتر θ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$p(\theta|x) = \frac{p(x|\theta).p(\theta)}{p(x)} = \frac{p(x|\theta).p(\theta)}{\int_{\Theta} p(x|\theta).p(\theta).d\theta}$$

به محض اینکه داده x در دسترس باشد، آنگاه θتنها مقدار نامعلوم[3] است و توزیع پسین $p(\theta|x)$ بیانگر میزان نااطمینانی محقق از پارامترهای مدل است. به طور کلی استفاده از روش بیزین دارای دو مزیت زیر است:

۱-اطلاعات پیشین در دسترس به صورت مرتبط و وابسته با مدل آماری می باشد ولی این اطلاعات پیشین، مستقل از داده‌ها است.

1. Updating
2. Given
3. Unknown quality

۲-به محض اینکه نااطمینانی از طریق توزیع احتمال بیان گردید و توضیح داده شد، آنگاه استنباط آماری می‌تواند به صورت مکانیکی و اتوماتیک انجام شود و فرآیند استنباط آماری از یک دستورالعمل ساده مفهومی پیروی می کند.

همچنین باید توجه داشت زمانی که پارامتر جامعه یا θ در بازه $\theta \in (-\infty, +\infty)$ باشد آنگاه می‌توان از یک توزیع ذهنی یا توزیع پیشین نرمال بر روی پارامترها استفاده نمود ولی اگر θ بزرگتر از صفر باشد یا داشته باشیم $\theta \in (0, +\infty)$ آنگاه در روش بیزین می‌توان از یک توزیع ذهنی یا توزیع پیشین گاما بر روی پارامترهای مدل استفاده کرد زیرا توزیع گاما در ربع مثبت تعریف می شود و لذا عموماً برای واریانس (یا σ^2) و عکس آن یعنی $h = \frac{1}{\sigma^2}$ که هر دو پارامترهای مثبتی هستند از توزیع پیشین گاما استفاده می کنیم. همچنین باید توجه داشت که عموماً جهت سهولت در محاسبات، از توزیع پیشین مزدوج[1] یا مزدوج طبیعی[2] استفاده می شود. در واقع اغلب خانواده هایی از توزیع ها، برای پارامتر θ وجود دارند که اگر توزیع پیشین متعلق به این خانواده یا کلاس از این توزیع ها باشند، آنگاه توزیع پسین نیز متعلق به همین خانواده یا کلاس از توزیع ها خواهند بود که به این خانواده از توزیع ها که در آنها با انتخاب یک نوع یا یک خانواده از توزیع پیشین به همان نوع یا خانواده از توزیع پسین دست می یابیم، توزیع پیشین مزدوج می گوییم. به عبارت دیگر توزیع پیشین مزدوج، توزیعی است که با ترکیب نمودن آن با توزیع بردار داده ها، به توزیع پسینی می توانیم دست یابیم که دارای همان شکل و نوع توزیع پیشین خواهد بود. مثلاً اگر توزیع پیشین نرمال باشد، آنگاه توزیع پسین نیز نرمال خواهد بود. همچنین اگر توزیع پیشین از کلاس یا خانواده نرمال-گاما باشد آنگاه توزیع پسین نیز از خانواده نرمال-گاما خواهد بود.

در تحلیل رگرسیون بیزین، در حالتیکه σ^2 معلوم و $\underline{\beta}$و $\underline{V}$ نماد پارامترهای توزیع پیشین هستند و $\underline{V}$ یک ماتریس واریانس پیشین مثبت است. $\overline{\beta}$ و $\overline{V}$ نماد پارامترهای توزیع

1. Conjugate
2. Natural conjugate

پسین می باشند، β دارای توزیع نرمال $N(\underline{\beta},\underline{V})$ است. (علامتهای زیر پارامترهای توزیع $\underline{\beta}$ و $\underline{V}$ نشان دهنده اَبَر پارامتر [1] بودن آنها است) لذا خواهیم داشت:

$$y = X\beta + U \qquad ,$$

$$\beta \sim \mathrm{N}(\underline{\beta},\underline{V}) \qquad ,$$

$$y|\beta \sim \mathrm{N}(\mathrm{X}\beta,\sigma^2 I) \qquad ,$$

$$\beta|y \sim \mathrm{N}(\overline{\beta},\overline{V}) \qquad ,$$

$$\overline{\beta} = \left[\underline{V}^{-1} + (\sigma^2(X'X)^{-1})^{-1}\right]^{-1}\left[\underline{V}^{-1}\underline{\beta} + (\sigma^2(X'X)^{-1})^{-1}\hat{\beta}_{MLE}\right] = W\underline{\beta} + (1-W)\hat{\beta}_{MLE}$$

$$\mathrm{W} = \left[\underline{V}^{-1} + (\sigma^2(X'X)^{-1})^{-1}\right]^{-1}\underline{V}^{-1}$$

$$\overline{V} = \left[\underline{V}^{-1} + (\sigma^2(X'X)^{-1})^{-1}\right]^{-1}$$

توزیع پسین پارامترها در اینجا نرمال بـا میـانگین $\overline{\beta}$ اسـت. $\overline{\beta}$ درواقـع میـانگین دو کمیـت است که از تخمـین میـانگین حـداکثر راسـت نمـایی $\hat{\beta}_{MLE}$ و میـانگین توزیـع پیشـین $\underline{\beta}$ حاصل می‌شود و در آن وزن به صورت زیر است:

$$W = \left[\underline{V}^{-1} + (\sigma^2(X'X)^{-1})^{-1}\right]^{-1} \times \underline{V}^{-1}$$

عبارت $\overline{V} = \left[\underline{V}^{-1} + (\sigma^2(X'X)^{-1})^{-1}\right]^{-1}$ درواقع واریانس کلی است. درواقع با توسل به اطلاعات پیشین یا قبلی ما به تخمین های دقیق و کاراتری با واریانس کمتر می رسیم.

$$\overline{V} = \left[\underline{V}^{-1} + (\sigma^2(X'X)^{-1})^{-1}\right]^{-1} \prec \underline{V}, \sigma^2(X'X)^{-1}$$

عبارت بالا به این معنی است که واریانس پسین کوچکتر از تک تک واریانسهای MLE و واریانس پیشین می‌باشد.

در اینجا قبل از ادامه بحث، ذکر این نکته ضروری است که اصولاً اطلاعات پیشین در مورد پارامترها به سه دسته تقسیم‌بندی می‌شود؛ پارامترهایی که معلوم فرض می شوند و به توزیع پیشین تباهیده [2] منتهی می شوند. پارامترها با توزیع پیشین فاقد اطلاعات و پارامترها با توزیع پیشین دارای اطلاع و غیر تباهیده.

1. Hyper parameter
2. Degenerate

در ادامه برای تخمین، اگر رابطه (۶) را درنظر بگیریم،

$$P(y\mid\beta,h)=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}}}\{h^{\frac{1}{2}}\exp[-\frac{h}{2}(\beta-\hat{\beta})'XX(\beta-\hat{\beta})]\}\{h^{\frac{\nu}{2}}\exp[-\frac{h\nu}{2s^{-2}}]\} \quad (۶)$$

ضرایب رگرسیون از بیشینه کردن رابطه (۶) به دست می آید. در این رابطه ترکیبی از ارزشهای پیشین وجود دارد. لذا اگر یک ارزش پیشین انتخابی برای β مشروط به h به صورت زیر انتخاب شود:

$$\beta\,|\,\mathrm{h}\sim\mathrm{N}(\underline{\beta},h^{-1}\underline{V}) \quad (۷)$$

و برای h فرم زیر انتخاب شود:

$$h\sim\mathrm{G}(\underline{s}^{-2},\underline{\nu}) \quad (۸)$$

آنگاه با توجه به توزیع نرمال گاما داریم:

$$\beta,h\sim NG(\underline{\beta},\underline{V},\underline{s}^{-2},\underline{\nu}) \quad (۹)$$

که با توجه به رابطه (۹) β برداری است که میانگین های اولیهٔ ضرایب k رگرسیون را دربر می گیرد و $\underline{V}$ یک ماتریس واریانس پیشین مثبت است. بنابراین تابع چگالی پیشین به صورت $p(\beta,h)=NG(\beta,h|\underline{\beta},\underline{V},\underline{s}^{-2},\underline{\nu})$ می‌باشد. در نهایت مقادیر پسین نیز با توجه به بیشینه کردن رابطه (۶) به همراه مقادیر اولیه مشخص به دست می‌آید.

۵. بررسی داده ها و تخمین مدل

در این مطالعه از قیمت‌های فروش پانصد و چهل و شش آپارتمان مسکونی فروخته شده در منطقه یک شهرتهران، در سال **۱۳۹۳** استفاده می کنیم که آمارهای مذکور از مشاورین املاک منطقه و اتحادیه مشاورین املاک تهران اخذ شده است. برای بررسی اینکه چه عواملی بر قیمت فروش مسکن موثر خواهد بود، قیمت فروش مسکن را به عنوان متغیر وابسته و چهار متغیر توضیحی اندازه آپارتمان مسکونی، عمر آپارتمان، داشتن استخر، سونا و سالن ورزشی در مجموعه آپارتمانی (به صورت متغیر مجازی در صورت وجود عدد یک و در صورت عدم وجود صفر) و تعداد پارکینگ (از یک تا چهار پارکینگ آورده

شده است؛ در منطقه یک تهران برخی از واحدهای آپارتمانی چهار پارکینگ دارند) را در نظر می گیریم. متغیرهای مربوط به هر یک در ادامه ذکر شده است:

Y_i، قیمت فروش آپارتمان i ام در منطقه یک شهر تهران

x_{2i}، اندازه آپارتمان به متر مربع

x_{3i} عمر بنا یا قدمت آپارتمان i ام، به سال

x_{4i} داشتن استخر، سونا، سالن ورزشی در آپارتمان i ام

x_{5i} تعداد پارکینگ آپارتمان i ام

با توجه به اینکه متغیر مساحت عرصه یا زمینی که پروژه یا مجتمع مسکونی در آن احداث شده است با متغیر اندازه آپارتمان همبستگی قوی دارد به همین دلیل در تخمین از وارد کردن متغیر مساحت عرصه یا زمین یک پروژه یا مجتمع مسکونی که در آن احداث شده، اجتناب گردید و از متغیر تعداد اتاق خواب نیز به این جهت صرف نظر شد که اصولاً این متغیر نیز با متغیر مساحت زیربنا یا اندازه آپارتمان همبستگی قوی دارد و به طور معمول و پیش فرض، اکثر سازندگان مسکن در منطقه یک شهر تهران، با توجه به اینکه در این منطقه واحدهای کوچک زیر یکصد متر به ندرت یافت می شود و متوسط اندازه هر واحد آپارتمانی حدود ۱۴۰ متر مربع است، می‌دانند که جهت فروش بهتر و آسان‌تر واحدهای ساخته شده خود، حداقل باید واحد مسکونی سه اتاق خواب داشته باشد و از طرف دیگر در واحدهای آپارتمانی حدود ۱۴۰ متر مربع، افزایش تعداد اتاق خواب‌ها به بیشتر از سه اتاق خواب منجر به کاهش مساحت و فضای اختصاص یافته برای سالن پذیرایی و آشپزخانه می شود که به نوعی مطلوب خریداران و متقاضیان نبوده و نوعی نقص برای واحد مسکونی تلقی می شود، لذا در تعداد اتاق‌خواب‌های واحد آپارتمانی، سازندگان منطقه یک، تقریباً از قدرت مانور کمی برخوردارند و استراتژی تمامی سازندگان تقریباً در این زمینه یکسان است. در واقع این مسئله برای سازندگان به صورت یک پیش فرض درآمده، چون این متغیر در اکثر مشاهدات یا اکثر واحدهای مسکونی برابر سه و در معدودی از مشاهدات برابر چهار و پنج عدد است. بنابراین، این متغیر دارای دامنه تغییرات

مناسبی برای توضیح تغییرات متغیر وابسته نمی باشد. بنابر این دلایل، از این متغیر نیز در تخمین استفاده نشد.

در ادامه از پرسشنامه برای دستیابی به *اطلاعات پیشین* استفاده می کنیم و سوالاتی را از افراد محلی می‌پرسیم. به این صورت که "مثلاً انتظار دارید آپارتمان‌های با متراژ ۱۵۰ متر مربع و با استخر و سونا و دو سال ساخت و دارای یک پارکینگ چقدر بیارزند؟" یا "آپارتمان‌های با متراژ ۱۸۰مترمربع و بدون استخر و سونا و شش سال ساخت و با دو پارکینگ، انتظار دارید چقدر بیارزند؟" جهت انجام برازش ها، حدس های پیشینی با توجه به شواهد حاصل از نمونه‌گیری و جمع‌آوری این پرسشنامه ها حاصل گردید. از این منظر که داشتن امکانات استخر، سونا و سالن ورزشی در مجتمع آپارتمانی با حدس پیشین یا باور قبلی محققین حدود ۳۰۰ میلیون تومان باعث افزایش قیمت واحد مسکونی می‌شود و افزایش هر واحد پارکینگ باعث افزایش حدود ۱۵۰ میلیون تومان در قیمت یا ارزش آپارتمان می‌گردد. حال همانطور که مشخص است در اینجا پنج ضریب رگرسیونی نامعلوم وجود دارد و باید این ضرایب را برازش نماییم. بنابراین در ادامه به دنبال استخراج ضرایب رگرسیون $(Y_i = f(x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}, x_{5i})$ و واریانس های مربوط به ضرایب β با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی با استفاده از وضعیت‌های پسین مبتنی بر پیشین دارای اطلاع و پسین مبتنی بر پیشین فاقد اطلاع بالا هستیم. لذا در دو مرحله با و بدون استفاده از این اطلاعات پیشین ضرایب β برازش خواهند شد.

ابتدا به بررسی اطلاعات اولیه می پردازیم. اکثر آپارتمانها در حدود قیمت ۲ تا ۴ میلیارد تومان فروخته می شوند. از آنجا که جزء خطا به صورت نرمال و با میانگین صفر و واریانس $\sigma = 10^{+18}$ توزیع شده است لذا ۹۵٪ خطاها کمتر از $10^{+18} \times 1.96 = 1960000000000000000$ تومان در دنیای واقعی هستند. از طرفی چون $h = \frac{1}{\sigma^2}$ است و لذا حدس اولیه برای $h = \frac{1}{(1000000000)^2} = 10^{-18}$ می باشد.

در مورد ν نیز ارزش آن را کمتر از N تعیین می کنیم، در اینجا $\nu = 5$را در نظر می گیریم و $\frac{\nu}{N}$ حدود ۱٪ می باشد.[۱]

حال اگر دو آپارتمان را با یکدیگر مقایسه کنیم، انتظار داریم آپارتمانی که یکسال نوسازتر از دومی باشد، حدود ۶۰ میلیون تومان گرانتر از آپارتمانی باشد که این امکانات را ندارد. یا آپارتمانی که یک پارکینگ بیشتر داشته باشد به اندازه ۱۵۰ میلیون تومان گرانتر از آپارتمانی است که این امکانات را ندارد. لازم به ذکر است که همانطور که می دانیم در یک توزیع یکنواخت پیوسته در حالیکه $a \le x \le b$ باشد آنگاه میانگین و واریانس آن به ترتیب به صورت $E(x) = \mu = \frac{a+b}{2}$ و $\mathrm{var}(x) = \sigma_x^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$ بدست می‌آید.

در مورد استخراج واریانس ضرایب، نیز اگر به عنوان اطلاعات اولیه (پیشین) (اطلاعات اولیه منتج باور و نظر خبرگان و مشاوران املاک منطقه می باشد) فرض کنیم که $Var(\beta_1) = 13 \times 10^{17}$ باشد؛ با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی واریانس عرض از مبدا را استخراج می کنیم و اگر ما با درجه اعتماد بالا، این احتمال را دهیم که اثر اندازه آپارتمان در بازه [۱۸۰۰۰۰۰۰و۱۰۰۰۰۰۰۰] هست و واریانس آن تقریباً برابر $Var(\beta_2) = 5.3333 \times 10^{12}$ می باشد، انتظار داریم که اثر افزایش در عمر یا قدمت آپارتمان دربازه [۱۰۰۰۰۰۰۰-و۴۰۰۰۰۰۰-] باشد؛ لذا داریم:

$$Var(\beta_3) = 2.0833 \times 10^{12}$$

حال اگر ما با درجه اعتماد بالا، این احتمال را بدهیم که داشتن امکانات ورزشی استخر، سونا و سالن ورزشی در بازه [۲۰۰۰۰۰۰۰،۶۰۰۰۰۰۰۰] باشد، واریانس آن تقریباً برابر $Var(\beta_4) = 1.3333 \times 10^{16}$ است. همچنین اگر ما با درجه اعتماد بالا، این احتمال را دهیم

۱. بنابراین انحراف معیار h نزدیک صفر است ولی انحراف معیار معکوس آن برای ما اهمیت دارد که تفاوت فاحشی با صفر دارد و عدد بزرگی می شود با ارجاع به صفحه ۵۱ کتاب *Koop, G. (2003). Bayesian Econometrics, Wiley, Chichester.* *جدول مشابهی برای ویژگی های* $h = \frac{1}{\sigma^2}$ وجود دارد که طبق آن، در صورت بزرگ بودن انحراف معیار معکوس h استفاده از رهیافت بیزین منطقی است.

که اثر داشتن هر پارکینگِ بیشتر برای یک آپارتمان، دربازه [۱۰۰۰۰۰۰۰۰،۳۰۰۰۰۰۰۰۰] باشد، واریانس آن تقریباً برابر $Var(\beta_5)=3.3334\times10^{17}$ است.

$$Var(\beta_1)=\frac{\underline{\upsilon s^2}}{\underline{\upsilon}-2}\underline{V} \qquad \Rightarrow 1.3\times10^{18}=\frac{5}{3}\times10^{+18}\times\underline{V}\Rightarrow\underline{V}=0.77$$

$$Var(\beta_2)=\frac{\underline{\upsilon s^2}}{\underline{\upsilon}-2}\underline{V} \qquad \Rightarrow 5.3333\times10^{12}=\frac{5}{3}\times10^{+18}\times\underline{V}\Rightarrow\underline{V}=0.0000032$$

$$Var(\beta_3)=\frac{\underline{\upsilon s^2}}{\underline{\upsilon}-2}\underline{V} \qquad \Rightarrow 2.0823\times10^{14}=\frac{5}{3}\times10^{+18}\times\underline{V}\Rightarrow\underline{V}=0.000125$$

$$Var(\beta_4)=\frac{\underline{\upsilon s^2}}{\underline{\upsilon}-2}\underline{V} \qquad \Rightarrow 1.3333\times10^{16}=\frac{5}{3}\times10^{+18}\times\underline{V}\Rightarrow\underline{V}=0.0080$$

$$Var(\beta_5)=\frac{\underline{\upsilon s^2}}{\underline{\upsilon}-2}\underline{V} \qquad \Rightarrow 3.3334\times10^{17}=\frac{5}{3}\times10^{+18}\times\underline{V}\Rightarrow\underline{V}=0.20$$

با استفاده از توزیع گامای نرمال، ماتریس کوواریانس برای β به صورت زیر است:

$$Var(\beta)=\frac{\upsilon s^2}{\upsilon-2}.\underline{V}$$

از طرفی چون $\frac{\nu s^2}{\nu-2}=\frac{5}{3}\times10^{18}$ می باشد، لذا ماتریس $Var(\beta_j)$ برای j=1,..,5 به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\underline{V}=\begin{bmatrix}0.77 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0.0000 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0.0080 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.20\end{bmatrix}$$

ما تمامی کوواریانس های پیشین را در ماتریس فوق برابر صفر در نظر گرفته‌ایم که این مسئله در اغلب مطالعات، مرسوم و متداول است چون در نظر گرفتن مقادیری غیر صفر به صورت حدسی برای این کوواریانس ها اغلب سخت و دشوار می باشد. البته برابر صفر در نظر گرفتن تمامی کوواریانسهای پیشین در ماتریس فوق به این معنی است که اطلاع پیشین ما به عنوان محقق برای β_j ممکن است با β_i برای $i\neq j$ ناهمبسته باشد، که در بسیاری

از موارد این یک فرض منطقی و معقول است، در واقع تصریح[1] ما از یک پیشین مزدوج طبیعی دارای اطلاع[2] برای پارامترها، مدل ما را کامل می کند که ما نیز در این مقاله با توجه به توضیحاتی که در فوق مطرح شد و بسته به نیاز خود، از یک رگرسیون خطی نرمال با پیشین مزدوج طبیعی دارای اطلاع استفاده کرده ایم.

در ادامه در جدول (۱) در وضعیتهای پسین مبتنی بر پیشین دارای اطلاع و پسین مبتنی بر پیشین فاقد اطلاع به بیان نتایج تخمین‌های ضرایب و واریانس های β می پردازیم. در جدول (۱) میانگین پسین بر پایه اطلاعات اولیه و با توجه به ارتباط میانگین اولیه و تخمین OLS تعیین می شود.

جدول۱– میانگین های پشین و پسین برای β (انحراف معیار ضرایب در پرانتز)

نتایج پسین مبتنی بر پیشین دارای اطلاع[4]	نتایج پسین مبتنی بر پیشین فاقد اطلاع[3]	پیشین	
−۲۶۳۲۰۰۰۰ (۴۹۲۸۹۰۰۰)	−۳۲۸۰۸۰۰۰ (۱۱۶۴۱۰۰۰۰)	۰ (۱۳×۱۰^{۱۷})	β_1
۱۴۵۴۰۰۰۰ (۴۹۴۰۰۰)	۱۳۴۶۰۰۰۰ (۹۹۰۰۰۰)	۱۲۰۰۰۰۰۰ (۵,۳۳۳۳×۱۰^{۱۲})	β_2
−۷۵۳۱۰۰۰۰ (۵۵۶۸۰۰۰)	−۸۹۱۴۰۰۰۰ (۸۶۸۰۰۰۰)	−۶۰۰۰۰۰۰۰ (۲,۰۸۳۳×۱۰^{۱۲})	β_3
۴۲۴۱۲۰۰۰۰ (۴۰۵۶۶۰۰۰)	۵۴۶۷۲۰۰۰۰ (۵۴۷۰۰۰۰۰)	۳۰۰۰۰۰۰۰۰ (۱,۳۳۳۳×۱۰^{۱۶})	β_4
۳۰۱۹۹۰۰۰۰ (۲۱۹۸۷۰۰۰)	۵۰۷۳۷۰۰۰۰ (۳۶۷۶۰۰۰۰)	۱۵۰۰۰۰۰۰۰۰ (۳,۳۳۳۴×۱۰^{۱۷})	β_5

مطابق با نتایج جدول (۱) می بینیم که نتایج میانگین پسین مبتنی بر پیشین دارای اطلاع و میانگین پسین مبتنی بر پیشین فاقد اطلاع β_4 به ترتیب برابر با ۴۲۴۱۲۰۰۰۰

1. Specification
2. Informative natural conjugate prior
3. Non informative prior
4. Informative prior

و ۵۴۶۷۲۰۰۰۰است. پس در نتیجه اگر دو آپارتمان را که اولی دارای استخر، سونا و سالن بوده ولی دومی این امکانات را ندارد در نظر بگیریم، انتظار داریم که آپارتمان اول تقریباً بین ۴۲۰ میلیون تا ۵۴۰ میلیون تومان بیشتر از دومی ارزش داشته باشد. همچنین مطابق با نتایج جدول (۱) اگر متغیر انتظاری j یک واحد افزایش یابد و سایر متغیرهای توضیحی ثابت باشد، قیمت آپارتمان به اندازه β_j افزایش می یابد. پس اگر دو آپارتمان را با یکدیگر مقایسه کنیم، انتظار داریم آپارتمانی که یکسال نوسازتر از دومی باشد، حدود ۶۰ میلیون تومان گران‌تر از آپارتمانی باشد که این امکانات را ندارد (x_{3i}). یا آپارتمانی که یک پارکینگ بیشتر داشته باشد به اندازه ۱۵۰ میلیون تومان گران‌تر از آپارتمانی است که این امکانات را ندارد. (x_{5i}) لذا طبق نتایج جدول (۱) ویژگیهای فیزیکی مثل داشتن استخر، سونا و سالن ورزشی و تعداد پارکینگ ها به ترتیب بیشترین تأثیر را بر قیمت واحدهای آپارتمانی مسکونی در منطقه یک شهر تهران دارد.

همچنین نتایج تخمین نشان داد که در حالت استفاده از توزیع پسین مبتنی بر پیشین دارای اطلاع، هریک مترمربع افزایش در مساحت آپارتمان مسکونی تقریباً حدود ۱۴ میلیون و ۵۰۰ هزار تومان به قیمت واحد مسکونی می‌افزاید و افزایش هر سال اضافی در عمر بنا یا قدمت ساختمان باعث یک کاهش حدود ۷۵میلیون تومانی در قیمت واحد مسکونی می‌گردد که با توجه به اینکه متوسط متراژ آپارتمان در این منطقه در نمونه ۵۴۶تایی، استفاده شده در این مقاله، حدود ۱۴۰ مترمربع است لذا به سهولت می‌توان بیان داشت که هر سال افزایش در قدمت یک آپارتمان مسکونی در منطقه یک شهر تهران به طور متوسط باعث کاهش حدود ۵۳۰ هزار تومانی در قیمت هر متر مربع بنای آپارتمان مسکونی می‌شود وداشتن امکانات استخر، سونا و سالن ورزشی در مجتمع آپارتمانی که به نوعی نمادی از لوکس بودن واحد مسکونی است باعث افزایش قیمت واحد مسکونی به اندازه حدودِ ۴۲۰ میلیون تومان می‌شود. از سوی دیگر این مطالعه نشان داد که افزایش هر واحد پارکینگ بیشتر، در صورتی که از توزیع پسین مبتنی بر پیشین دارای اطلاع استفاده نماییم، حدود ۳۰۰ میلیون تومان ارزش واحد مسکونی را افزایش می‌دهد. ولی اگر توزیع پسین

مبتنی بر پیشین فاقد اطلاع باشد افزایش هر واحد پارکینگ حدود ۵۰۰ میلیون تومان بر قیمت هر واحد مسکونی می افزاید.

همانطور که ذکر شد، برای تخمین ضرایب و واریانس ضرایب در جدول (۱) ما اطلاعات پیشینی را طبق مطالعات مشابه و نتایج حاصل از جمع آوری پرسشنامه ها در نظر گرفته و فروضی را اعمال کردیم، لذا با عدم اطمینان نیز مواجه هستیم، معمولاً در این شرایط از مدل مقید یا نامقید استفاده می شود. برای این کار، در جدول (۲) فرضیه‌های $M_2 : \beta_j \neq 0, M_1 : \beta_j = 0$را به عنوان قیودی بر مدل وارد می کنیم. مدل مقید با استفاده از اطلاعات اولیه در مقابل مدل فاقد محدودیتهای اولیه بیان می‌شود. لذا انتظار داریم ماتریسهای $\underline{\beta}$ و $\underline{V}$به ترتیب ۱×۴ و ۴×۴ با اطلاعات اولیه و محدودیتهای اضافی βباشند. در جدول (۲) احتمالهای ۹۵٪ و ۹۹٪ با بالاترین گنجایش پسین برای هر β_j در شرایط نبود اطلاعات اولیه بیان می‌شود وهمه ضرایب مثبت هستند.

طبق نتایج جدول (۲) میانگین پسین β_2 ، β_4 و β_5مثبت و نسبت به انحرافات استاندارد پسین بزرگتر هستند و همه آنها مثبت و غیر صفراند. (با استفاده از پیشین های دارای اطلاع و فاقد اطلاع) جدول (۲) نشان می‌دهد که $P(\beta_j > 0|y)$ برای j=2,4,5 یک است و هیچ یک از فاصله اعتمادهای بیشترین چگالی پسین (یا HPDI[1] ها) شامل صفر نیستند. برای پیشین‌های دارای اطلاع، مقایسه $M_2 : \beta_j \neq 0, M_1 : \beta_j = 0$برای j=2,4,5 نشان می دهد که مدل نامقید به احتمال بالاتری نسبت به مدل مقید می رسد. در مورد β_2 و β_3نتایج بسیار پیچیده است و یک HPDI معادل ۹۵٪ نشان می دهد که $\beta_3 \neq 0$ است در حالیکه HPDIمعادل ۹۹٪ نشان می دهد $\beta_3 = 0$ است.در ستون آخر جدول (۲) نرخ بخت پسین[2] نشان‌دهنده عدم اطمینان موجود در ضرایب در دو مدل مقید و مدل غیرمقید می باشد. اگر ما نرخهای اولیه را با توجه به احتمال پسین انتخاب کنیم در نتیجه $P(M_1 : \beta_3 = 0|y) = 0$است یعنی تقریبا هیچ شانسی وجود ندارد که $\beta_3 = 0$ باشد و

---

1. Highest Posterior Density Interval
2. Posterior odds ratio

لذا حدود۱۰۰٪ شانس این وجود دارد که $\beta_3 \neq 0$ باشد.بنابراین در هر شرایطی و با احتمال ۱۰۰٪ در نمونه مورد بررسی در این مقاله، قدمت آپارتمان بر قیمت فروش آن موثر خواهد بود.

جدول ۲- مدل‌های مقایسه ای برای β

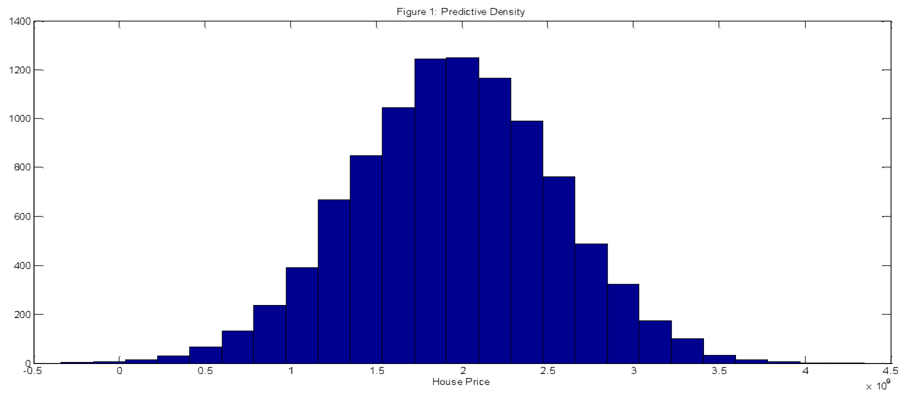
مبتنی بر پیشین دارای اطلاع				
	$P(\beta_j > 0 \mid y)$	95%HPDI	99% HPDI	Posterior odds $\beta_j = 0$
β_1	۰,۲۹۶۴	[-۱۲۲۹۶۰۰۰۰و۷۰۳۲۰۰۰۰]	[-۱۵۳۴۹۰۰۰۰و ۱۰۰۸۵۰۰۰۰]	۰,۹۸۷۱
β_2	۱,۰۰	[۱۳۵۷۰۰۰۰و۱۵۵۱۰۰۰۰]	[۱۳۲۶۰۰۰۰ و ۱۵۸۱۰۰۰۰]	۰
β_3	۰,۰۰	[-۸۶۲۲۰۰۰۰و-۶۴۳۹۰۰۰۰]	[-۸۹۶۷۰۰۰۰ و-۶۰۹۴۰۰۰۰]	۰
β_4	۱,۰۰	[۳۴۴۵۸۰۰۰۰و۵۰۳۶۵۰۰۰۰]	[۳۱۹۴۵۰۰۰۰ و۵۲۸۷۸۰۰۰۰]	۰,۰۰۲۳
β_5	۱,۰۰	[۲۵۸۸۸۰۰۰۰و۳۴۵۱۰۰۰۰۰]	[۲۴۵۲۶۰۰۰۰و۳۵۸۷۲۰۰۰۰]	۰
مبتنی بر پیشین فاقد اطلاع				
	$P(\beta_j > 0 \mid y)$	95%HPDI	99% HPDI	Posterior odds $\beta_j = 0$
β_1	۰,۰۰۲۵	[-۵۵۶۳۴۰۰۰۰ و-۹۹۸۳۰۰۰۰]	[-۶۲۸۴۴۰۰۰۰ و-۲۷۷۲۰۰۰۰]	–
β_2	۱,۰۰	[۱۱۵۲۰۰۰۰ و ۱۵۴۰۰۰۰۰]	[۱۰۹۰۰۰۰۰ و-۱۶۰۲۰۰۰۰]	–
β_3	۰,۰۰	[-۱۰۶۱۶۰۰۰ و-۷۲۱۲۰۰۰۰]	[-۱۱۱۵۳۰۰۰۰ و-۶۶۷۴۰۰۰۰]	–
β_4	۱,۰۰	[۴۳۹۴۷۰۰۰۰ و۶۵۳۹۶۰۰۰۰]	[۴۰۵۵۹۰۰۰۰ و۶۸۷۸۴۰۰۰۰]	–
β_5	۱,۰۰	[۴۳۵۳۰۰۰۰۰ و۵۷۹۴۴۰۰۰۰]	[۴۱۲۵۴۰۰۰۰ و۶۰۲۲۱۰۰۰۰]	–

در ستون آخر جدول (۲) نرخ بخت پسین[۱] نشان‌دهنده عدم اطمینان موجود در ضرایب در دو مدل مقید و مدل غیرمقید می باشد. اگر ما نرخ‌های اولیه را با توجه به احتمال پسین انتخاب کنیم در نتیجه $P(M_1 : \beta_3 = 0 \mid y) = 0$ است یعنی تقریبا هیچ شانسی وجود ندارد

1. Posterior odds ratio

که $\beta_3 = 0$ باشد و لذا حدود۱۰۰٪ شانس این وجود دارد که $\beta_3 \neq 0$ باشد. بنابراین در هر شرایطی و با احتمال ۱۰۰٪ در نمونه مورد بررسی در این مقاله، قدمت آپارتمان بر قیمت فروش آن موثر خواهد بود.

در مرحله بعد به دنبال تعیین بهترین قیمت فروش آپارتمانی با مشخصات خاص هستیم. بدین منظور یک مدل رگرسیون نرمال خطی و قیمت فروش آپارتمانی با اندازه ۱۵۰ مترمربع و با۱۰سال قدمت و دارای استخر و سونا و سالن ورزشی و یک پارکینگ را در نظر می گیریم. طبق مطالعات مشابه، توزیع قابل پیش‌بینی (۵۵۱ و ۴٫۰۶۲۸×۱۰^۱۷ و t(۲٫۱۲۷×۱۰^۹



نمودار ۱- پیش بینی چگالی قیمت مسکن

در وضعیتی است که اطلاع اولیه وجود دارد، و برای پیشین فاقد اطلاع توزیع قابل پیش بینی به صورت (۵۴۶ و ۱۰^۱۷ ×۳٫۴۵۴۶ و ۱۰^۹×t(۱٫۸۵۳۶ می باشد. محقق از هر دوی این توزیعها برای بیان اطلاعات فروش آپارتمان با ویژگی های ذکر شده استفاده می کند و به این صورت می‌توان گفت که بهترین قیمت فروش آپارتمان مذکور۱۸۵۳۶۰۰۰۰۰ تومان است، ولی عدم اطمینان نیز به همراه این حدس وجود دارد. در انتها می توان نمودار پیش

بینی چگالی (چگالی پیشگو[1]) قیمت مسکن را ترسیم نمود که به صورت نمودار شماره (۱) ترسیم شده است.

٦. جمع بندی

در این مقاله برای تخمین تابع تقاضا، از روش هدانیک از نوع بیزین (یا بیزین هدانیک) استفاده شده است به این ترتیب که فرض شده قیمت واحدهای مسکونی تحت تأثیر دو نوع مشخصه فیزیکی و همسایگی قرار می گیرند. از جمله نتایج مهم بدست آمده در این مطالعه این است که ویژگی های فیزیکی مثل داشتن استخر، سونا و سالن ورزشی و تعداد پارکینگ ها که به نوعی نشان دهنده لوکس بودن بیشتر واحد مسکونی در منطقه یک شهر تهران است و همچنین از سوی دیگر حاکی از زیاد بودن یا بزرگی بیشتر زمین احداثی پروژه مسکونی بوده -که به سازنده یا مالک اولیه پروژه این امکان را داده که بتواند امکانات مذکور را برای هر واحد آپارتمان مسکونی ایجاد نماید، به ترتیب بیشترین تأثیر را بر قیمت یا ارزش واحدهای آپارتمانی مسکونی در منطقه یک شهر تهران دارد. البته به نظر می‌رسد تعمیم این نتایج به مناطق جنوبی و پایین شهر تهران که عموماً افراد جزء دهکهای پایین درآمدی هستند، واقعی و درست نمی باشد.

نتایج تخمین نشان داد که در حالت استفاده از توزیع پیشین دارای اطلاع، هریک مترمربع افزایش در مساحت آپارتمان مسکونی تقریباً حدود ۱۴ میلیون و ۵۰۰ هزار تومان به قیمت یا ارزش واحد مسکونی می‌افزاید، همچنین افزایش هر سال اضافی در عمر بنا یا قدمت ساختمان باعث یک کاهش حدود ۷۵ میلیون تومانی در قیمت واحد مسکونی می گردد که با توجه به اینکه متوسط متراژ آپارتمان در این منطقه در نمونه ۵۴۶تایی، استفاده شده در این مقاله، حدود ۱۴۰ مترمربع است لذا به سهولت می‌توان بیان داشت که هر سال افزایش در قدمت یک آپارتمان مسکونی در منطقه یک شهر تهران به طور متوسط باعث کاهش حدود ۵۳۰هزار تومانی در قیمت هر متر مربع بنای آپارتمان مسکونی می‌شود.

1. Predictive density

نتایج تخمین ها نشان دادند که داشتن امکانات استخر، سونا و سالن ورزشی در مجتمع آپارتمانی که به نوعی نمادی از لوکس بودن واحد مسکونی است باعث افزایش قیمت واحد مسکونی به اندازه حدودِ ۴۲۰ میلیون تومان می شود که با حدس پیشین یا باور قبلی ما که حدود ۳۰۰ میلیون تومان بود تفاوت قابل ملاحظه ای (در حدود ۱۲۰ میلیون تومان) دارد. از سوی دیگر این مطالعه نشان داد که افزایش هر واحد پارکینگ بیشتر، در صورتی که از توزیع پیشین دارای اطلاع استفاده نماییم، حدود ۳۰۰ میلیون تومان ارزش واحد مسکونی را افزایش می‌دهد. ولی اگر توزیع پیشین فاقد اطلاع باشد افزایش هر واحد پارکینگ حدود پانصد میلیون تومان بر قیمت هر واحد مسکونی می‌افزاید. در حالی که حدس یا باور قبلی یا پیشین ما این بود که افزایش هر واحد پارکینگ باعث افزایش حدود ۱۵۰ میلیون تومان در قیمت آپارتمان می‌شود. لذا با بررسی کمی تقاضای مسکن منطقه، مشاهده می شود که قیمت واحد مسکونی منطقه، تحت تأثیر ویژگی‌های فیزیکی واحد مسکونی نظیر مساحت زمین، مساحت زیربنا، لوکس بودن ساختمان از نظر داشتن امکاناتی مثل استخر، سونا و سالن ورزشی و تعداد پارکینگ های بیشتر است.

بنابراین طبق نتایج برازش در این مقاله، در منطقه یک شهر تهران، با توجه به طرح تفصیلی شهر تهران، برای هر واحد آپارتمانی حداقل یک پارکینگ باید تأمین شود. همچنین با توجه به اینکه در این منطقه واحدهای کوچک زیر یکصد متر به ندرت یافت می شود و متوسط اندازه هر واحد آپارتمانی حدود ۱۴۰ متر است، حداقل باید واحد مسکونی، سه اتاق خواب داشته باشد. از طرف دیگر افزایش تعداد خواب‌ها به بیشتر از سه اتاق خواب منجر به کاهش مساحت و فضای سالن پذیرایی و آشپزخانه می شود که به نوعی مطلوب خریداران و متقاضیان نیست لذا در تعداد اتاق‌خواب‌های واحد آپارتمانی، سازندگان منطقه یک، تقریباً از قدرت مانور کمی برخوردارند و استراتژی تمامی سازندگان تقریباً در این زمینه یکسان است.

فهرست منابع

ابونوری اسمعیل، جعفری صمیمی و رمضانی وکیل کندی رسول، (۱۳۸۷)، «برآورد تابع قیمت هدانیک اجاره بها مطالعه موردی شهرهای تبریز و اردبیل»، *پژوهشنامه بررسی های بازرگانی*، شماره ۳۳، صفحات ۶۲-۵۲.

اکبری نعمت الله، عمادزاده مصطفی و رضوی علی، (۱۳۸۳) «عوامل موثر بر قیمت مسکن در شهر مشهد، فصلنامه پژوهش های اقتصادی»، شمارگان ۱۱ و ۱۲، صفحات ۱۷۷-۱۶۳.

خوش اخلاق رحمان، عمادزاده مصطفی، شریفی محدرضا، (۱۳۷۸)، «تخمین تابع تقاضای مسکن با استفاده از مدل هدانیک مطالعه موردی شهر خمینی شهر»، *مجله تحقیقات اقتصادی*، شماره ۵۵، صفحات ۱۱۸-۹۹.

صادقی سید کمال، خوش اخلاق رحمان، عمادزاده مصطفی، دلالی رحیم (۱۳۸۷) «بررسی تاثیر آلودگی هوا بر ارزش مسکن در شهر تبریز»، *فصلنامه پژوهشهای اقتصادی*، سال ۱۲، شماره ۳۷، صفحات ۱۷۱-۱۹۲

محمدزاده پرویز، منصوری مسعود، کوهی لیلان بابک، (۱۳۹۱)، «تخمین قیمت هدانیک ساختمانهای مسکونی در شهر تبریز با رویکرد اقتصاد سنجی فضایی»، *فصلنامه مدلسازی اقتصادی*، شماره ۲و ۱۸، صفحات ۳۸-۲۱.

Berg, B, (2002). "Prices on the Second-hand Market for Swedish Family Houses: Correlation, Causation and Determinants," *European Journal of Housing Policy,* Vol. 2, no 1, pp. 1-24.

Chica Olmo, J. Canocuervos R, Chica Olmo M, (2013), "A Coregionalized Model to Predict Housing Price", *Urban Geography Journal*, no 34, pp. 395-412.

Dokmeci, V,Onder Z, Yavas, A. (2003). "External Factors, Housing Values and Rents: Evidence from Survey Data", *Journal of Housing Research*, no 14, pp. 83-99.

Eicker F, (1967). "Limit Theorems for Regression with Unequal and Dependent Errors, Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium in Mathematical Statistics", Berkeley: University of California Press, pp. 100-130.

Geweke J, (1998), "Using Simulation Methods for Bayesian Econometric Models: Inference", Development and Communication, University of Minnesota and Federal Reserve Bank of Minneapolis, pp. 80-100.

Greenberg E, (2008). "Introduction to Bayesian Econometrics", Cambridge University Press, pp. 200-250.

Griliches Z. (1971), "Price Indexes and Quality Change. Cambridge", Harvard University press, pp. 90-120.

Hai-Zhen W.Sheng – hua J, Xiao-guo (2005), "Hedonic Price Analysis of Urban Housing: an Empirical Research on Housing, China", *Journal of Zhejiang university Science*, no 6A, pp. 907-914. http://www.zju.edu.cn/jzus.

HuberP, (1967). "The Behavior of Maximum Likelihood Estimates under Nonstandard Conditions", Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium in Mathematical Statistics, Berkeley: University of California Press, pp. 185-190.

Koop, G. (2003). *Bayesian Econometrics*, Wiley, Chichester, pp. 50-64.

Mazappa. (2005). Mazappa dictionary. Available at: //laughlinguitars.Ca/dic.htm.

Rosen Sh, (1974) "Hedonic Price and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition", *Journal of Political Economy*, no 82, pp. 34 –55.

White H, (1980). "A Heteroskedastic-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity", *Econometrica*, no 48, pp. 817-838.