فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران / شماره ۱۲/ پاییز ۱۳۸۱

مروری بر نظریه آشوب و کاربردها ی آن در اقتصاد

دکتر سعید مشیری*

تاریخ ارسال:۸۱/۷/۲۰ تاریخ پذیرش:۸۱/۱۰/۱۸

چکیده[1]

نظریه آشوب در دهه‌های اخیر جزء پژوهش‌های علمی رشته‌های گوناگون مانند فیزیک و ریاضی قرار گرفته است، اما در واقع، مفهوم ساده آن ریشه در برداشت‌های اولیه انسان در مورد جهان دارد. از نقطه نظر نظریه آشوب، سیستم‌های پیچیده صرفاً ظاهری پر آشوب دارند و درنتیجه، نامنظم و تصادفی به نظر می‌رسند، در حالی که ممکن است تابع یک جریان معین[2] با یک فرمول ریاضی مشخص باشند. در اقتصاد، بازارهای پولی و مالی یکی از موارد بسیار مناسب برای به کار گیری نظریه آشوب هستند، زیرا، نظریه‌های موجود در اقتصاد مالی و پولی حاکی از آن هستند که متغیرهای پولی، مانند نرخ ارز و قیمت سهام، تصادفی و در نتیجه، تغییرات آنها غیر قابل پیش‌بینی هستند. مطابق نظریه آشوب، اگر فرایند تعیین کننده متغیرهای پولی از یک فرایند غیرخطی معین پیروی کند، می‌توان تغییرات آنها را پیش‌بینی کرد. کاربردهای نظریه آشوب در اقتصاد به مباحث اقتصاد کلان نیز راه یافته است. در این زمینه نظریه آشوب می‌تواند به عنوان یکی از توجیهات دوران تجاری و همچنین، عدم تعادل بلند مدت بدون نیاز به دخالت شوک‌های برون زا در مدل‌های اقتصاد کلان مورد استفاده قرار گیرد.

در این مقاله، با توجه به نو بودن ادبیات آشوب و بی نظمی در جهان و ایران، سعی شده است مروری سریع بر مفاهیم اولیه و ریاضی آن داشته، کاربردهای متنوع نظریه به ویژه در اقتصاد معرفی شوند. همچنین، روش‌های گوناگون آزمون آشوب که در واقع بیشترین جنبه کاربردی نظریه است معرفی و ارزیابی شده اند.

واژه های کلیدی: بی نظمی، پیش بینی، مدل‌های غیرخطی

---

* استادیار دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی Email: saeedmoshiri@hotmail.com

۱. نویسنده از نظر داوران محترم که نکات ارزنده ای را یادآوری کردند، تشکر می‌کند. بدیهی است مسئولیت اشتباهات احتمالی صرفاً به عهده نویسنده است.

2. Deterministic

۱. مقدمه

هر چند نظریه آشوب در دهه‌های اخیر جزء پژوهش‌های علمی رشته‌های گوناگون قرار گرفته، ولی، مفهوم ساده آن ریشه در برداشت‌های اولیه انسان در مورد جهان دارد. کلمه یونانی chaos که به آشوب و هرج و مرج[1] یا بی نظمی ترجمه شده است، تلقی یونانیان باستان را نسبت به هستی می‌رساند. طبق این دیدگاه هر چند که امور جهان بی نظم، تصادفی و در نتیجه، غیرقابل پیش‌بینی به نظر می‌رسند اما، در عین حال از یک نظم و قطعیت برخوردار هستند. این دیدگاه با توجه به تحول شدید در ابزارهای محاسباتی الکترونیکی باعث حرکت جدیدی در پژوهش‌های علمی دهه ۱۹۷۰ به بعد، در علوم فیزیک و ریاضی ایجاد شد. این تحولات نیز در جای خود منجر به ارایه شیوه‌های جدیدی برای مطالعه جریان‌های بسیار پیچیده که به ظاهر تصادفی و غیرقابل پیش‌بینی به نظر می‌رسند، شد. نتایج این مطالعات به تدریج در سایر علوم که با پدیده‌های به ظاهر پیچیده و تصادفی مواجه هستند (مانند رشته‌های مختلف علوم، مهندسی، هواشناسی، جغرافیا، واقتصاد به ویژه دربخش بازارهای مالی و پولی) به کار گرفته شدند.

مسئله مشترک این پژوهش‌ها شناسایی راههای تشخیص نظم نهفته در سیستم‌های بسیار پیچیده‌ای بود که در صورت موفقیت اجازه می‌داد روند آتی حرکت آنها بر خلاف باورهای قبلی پیش‌بینی شوند. در دیدگاه نظریه آشوب، سیستم‌های پیچیده صرفاً ظاهری پر آشوب دارند و درنتیجه، نامنظم و تصادفی به نظر می‌رسند، در حالی که در واقعیت تابع یک جریان معین با یک فرمول ریاضی مشخص هستند. از همین رو، موضوع آشوب در ریاضیات معمولاً با عنوان آشوب معین مطرح می‌شود که بر پایه نظریه رشد غیر خطی با بازخورد[2] شکل گرفته است.

بازارهای پولی و مالی از موارد بسیار مناسب برای به کار گیری نظریه آشوب است، زیرا اولاً، نظریه‌های موجود و مسلط در اقتصاد مالی و پولی حاکی از آن هستند که متغیرهای پولی، مانند نرخ ارز، تصادفی و در نتیجه، تغییرات آنها غیر قابل پیش‌بینی است. ثانیاً، در صورت کشف نظم نهایی در روند متغیرهای پولی امکان دستیابی به سودهای سرشاری فراهم می‌شود.

---

1. Confusion
2. Nonlinear Growth with Feedback

کاربردهای نظریه آشوب در اقتصاد از پیش‌بینی متغیرهای بازارهای پولی و مالی فراتر رفته و جای خود را در مدل‌های اقتصاد کلان نیز باز کرده است. همان گونه که در بخش‌های بعدی توضیح داده شده است، نظریه آشوب می‌تواند دوران‌های تجاری و همچنین، عدم تعادل بلند مدت در مدل‌های اقتصاد کلان را به خوبی تفسیر کند.

هدف اصلی این مقاله، مروری اجمالی بر ادبیات مربوط به نظریه آشوب به صورت نسبتاً ساده و قابل استفاده برای اقتصاددانان است. همچنین، سعی شده است که کاربردهای متنوع نظریه آشوب در اقتصاد معرفی شوند. نظریه آشوب در بخش ۲، کاربردهای اقتصادی نظریه آشوب در بخش ۳، آزمون‌های مربوط به نظریه آشوب در بخش ٤ و جمع بندی نهایی در بخش ٥ ارایه می‌شود.

۲. نظریه آشوب

فرایند آشوبی، محصول یک سیستم غیرخطی پویا است. چنین سیستم‌هایی درطبیعت و همچنین در رفتارهای انسانی مشاهده شده اند. به عنوان مثال، ضربان قلب، حرکت پاندولی ساعت، و نوسانات اقتصادی همه به نوعی یک رفتارغیرخطی پویا رابه نمایش می‌گذارند. بنابراین، برای شناخت آشوب، باید سیستم‌های غیرخطی پویا را موردبررسی قرارداد.

درحقیقت، اساس کلیه سیستم‌های پویای اقتصادی حلقه‌های بازخور[1] مثبت و منفی است. حلقه‌های بازخورمثبت فرایندهایی را ارایه می‌دهند که بایک مکانیزم خودفشارمجدد[2] رشد نمایی یا کاهش درسیستم‌های پویا ایجاد می‌کنند. حلقه‌های بازخورمنفی فرایندهایی رانشان می‌دهند که درآنها سیستم به تدریج به سوی مقدار معینی حرکت می‌کند. در این فرایندها، تمایزی بین شرایط ایده آل وشرایط موجود سیستم وجود دارد، ودرصورتی که این دو بایکدیگریکسان نباشند، حلقه منفی فعال شده، سیستم رادرجهت رسیدن به شرایط ایده آل هدایت می‌کند. به این ترتیب، می‌توان گفت که فرایندهای باحلقه‌های بازخورمنفی یک مکانیزم خود تصحیح کن[3] دارند که سیستم را به سوی ثبات وپایداری پیش می‌برند. برای هریک از حلقه‌های بازخور مثبت ومنفی می‌توان مثال‌های اقتصادی ارایه کرد.

---

1. Feedback Loops
2. Self-Reinforcing Mechanism
3.Self-Correcting Mechanism

درمورد حلقه‌های بازخورمثبت، می‌توان به رابطه بین حجم بدهی یک کشور ومقدار بهره پرداختی آن اشاره کرد. هرچه مقدار بدهی بیشتر شود، بافرض ثبات سایر شرایط، مقداربهره پرداختی نیزافزایش خواهد یافت که این خود، موجب افزایش هرچه بیشتر بدهی ومجدداً افزایش مقدار بهره پرداختی خواهد شد. مثال دیگر، هرچه اعتماد وخوش بینی مصرف کنندگان نسبت به اقتصاد کاهش یابد، مخارج آنها نیز کاهش خواهد یافت. با کاهش مخارج مصرف کنندگان، سطح اشتغال کاهش یافته، که خود دربرگشت باعث کاهش هرچه بیشتر اطمینان مصرف کنندگان نسبت به وضعیت آینده اقتصاد خواهد شد.

درمورد مثال حلقه‌های بازخورمنفی، می‌توان به رابطه بین سطح مطلوب سرمایه یک بنگاه ومیزان سرمایه گذاری آن اشاره کرد. هرچه سطح سرمایه موجود بنگاه نسبت به سطح مطلوب آن کاهش بیشتری یابد، مقدارسرمایه گذاری بیشترخواهد شد وبالعکس. مثال دیگر، رابطه بین مقدارموجودی انبار ونرخ تولید یک بنگاه است. هرچه مقدارموجودی انبارنسبت به سطح مطلوب آن فزونی یابد، نرخ تولید کاهش خواهد یافت وبالعکس. وجود چنین مکانیزم تصحیح کننده ای درفرایندهای باحلقه‌های بازخور منفی موجب می‌شود سیستم در نهایت به یک ثبات وپایداری برسد.

همچنین، حلقه‌های بازخورمنفی ممکن است منجر به ایجادشرایط ناپایداری نیز شوند. این وضعیت هنگامی اتفاق می‌افتد که عمل بازخورمنفی با تأخیر مواجه شود. به عبارت دیگر، فرایند بازخور منفی که در واقع، نقش تصحیح کننده سیستم را ایفا می‌کند، با تأخیر عمل کرده، درزمان مناسبی به جایگاه خود باز نمی‌گردد. این کندی درعمل بازخورمنفی سبب می‌شود که چرخه‌هایی با ابعاد بسیار زیاد یا بسیار کم به وجود آیند. این چرخه‌ها با توجه به ساختار سیستم ممکن است به صورت‌های جمع شونده[1]، انفجاری[2]، پایدار ومنظم [3]، یا پایدار ونامنظم [4] ظاهر شوند.

نکته جالب در رفتار یک سیستم که عمل بازخورمنفی آن با تأخیر مواجه است این است که اگر، یک یا چند فرایند با بازخورمثبت به این سیستم اضافه شود، ناپایداری سیستم وخیم ترشده الگوهای شگرفی ایجاد می‌شوند. درواقع، فشار فزاینده ای که درون حلقه باباز‌خور مثبت وجود دارد، نیروهای

1. Damped
2. Explosive
3. Sustained and Regular
4. Sustained and Irregular

عدم تعادل حلقه‌های بابازخورمنفی را قوی‌تر کرده، وضعیت ناپایداری وعدم تعادل آن راپیچیده تر می‌کند. سیستم‌هایی که دارای این ویژگی هستند غالباً فرایند آشوبی ایجاد می‌کنند.

یک سیستم دارای فرایند آشوبی نوساناتی ایجاد می‌کند که دوره آن اساساً بی نهایت است. به عبارت دیگر، یک سیستم آشوبی چرخه‌هایی ایجاد می‌کند که در دوره مورد مطالعه هرگزتکرار نمی‌شوند. چرخه‌های غیرتکراری در یک سیستم آشوبی به این علت به وجود می‌آیند که مرزهای غیرخطی آن باعث می‌شود حرکت به سمت جلو وعقب کشیده شود، به طوری که برروی مسیرهای قبلیش منطبق نباشد. این حرکت‌های به جلو وعقب رفتن درواقع، موجب می‌شود تا یک سیستم آشوبی به شرایط اولیه خود بسیار حساس باشد. اگر، یک یا چند مقدار از شرایط اولیه تغییر بسیار کمی کند، مسیرزمانی جدید سیستم به طور نمایی از مسیر زمانی قبلیش جدا خواهد شد. همان گونه که در بخش چهار ملاحظه خواهید کرد، از این ویژگی مهم سیستم‌های آشوبی در ساختن آزمون‌هایی برای پی بردن به فرایندهای آشوبی استفاده می‌شود.

۲-۱ . شکل تابعی یک فرایند آشوبناک

ازآشوب تعاریف متفاوتی ارایه شده است ولی، به صورت بسیار ساده می‌توان آن را یک فرایند غیرخطی معین که تصادفی نیست ولی تصادفی به نظر می‌رسد، تعریف کرد. سری‌های آشوبی نیز می‌توانند به عنوان زیر مجموعه ای از فرایندهای غیرخطی که نتایج بسیار پیچیده و نامنظم ایجاد می‌کنند در نظر گرفته شوند. به منظور معرفی مدل‌های آشوب، ابتدا، از یک مدل پویای ساده خطی شروع کرده سپس، آنرا به حالت غیر خطی که فرایند آشوبی تولید کند، تعمیم می‌دهیم.

یک معادله تفاضلی از نوع مرتبه اول، خطی و معین به صورت زیر رادر نظر بگیرید :

$$y_t = \theta\, y_{t-1}$$

جواب این معادله عبارت است از :

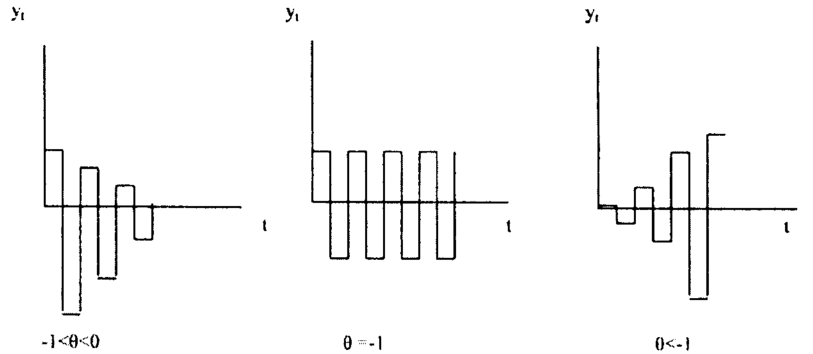
$$y_t = \theta^t\, y_o$$

که در آن y_o، شرط اولیه یعنی مقدار y در زمان صفراست. واضح است که مسیر زمانی y_t بستگی به مقدار θ دارد. در صورتی که θ منفی باشد، مسیر زمانی نوسانی [1] و در صورتی که θ مثبت باشد، غیر

1.Oscilatory

نوسانی خواهد بود. نمودار (۱) حالات مختلف مسیر زمانی y_t بر اساس مقادیر مختلف θ منفی را نشان می‌دهد.

نمودار -۱. مسیر زمانی y_t به ازای مقادیر مختلف θ



در مجموعه نمودارهای مربوط به مسیر زمانی y_t در نمودار(۱)، هنگامی که $\theta = -1$ است (نمودار وسط)، y_t در هر دو دوره به مقدار اولیه خود باز می‌گردد و این روند برای همیشه ادامه می‌یابد. این ویژگی در حالت کلی به تناوب p دوره ای[1]موسوم است که در آن y_t دقیقاً در هر p دوره خودش را تکرار می‌کند. همان گونه که از نمودارهای (۱) قابل مشاهده است، این ویژگی در سایر حالات دیده نمی‌شود. سری‌های آشوبی نیز، در حالت کلی از این ویژگی برخوردارند با این تفاوت که دوره p ممکن است طولانی و مسیر حرکت نیز بسیار پیچیده باشد به طوری که به راحتی نتوان به تکرار پذیری متغیر پی برد و لذا، به غلط نتیجه گرفت که فرایند ایجاد کننده متغیر یک فرایند تصادفی است.

متداول‌ترین و ساده ترین شکل مدل آشوب در برگیرنده یک معادله تفاضلی از نوع یک متغیره، مرتبه اول ولی غیرخطی است[2]. به عنوان مثال، معادله زیر رادرنظربگیرید:

$$y_{t+1}=f(y_t)=\omega y_t(1-y_t)$$

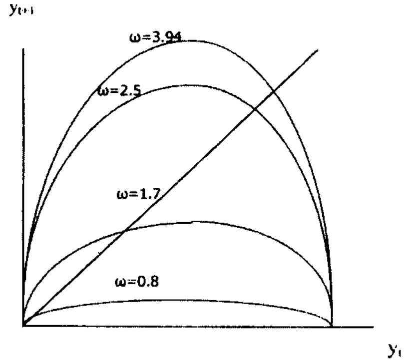
که در آن ω یک پارامتر است. این معادله، با شرایط خاصی قابلیت ایجاد یک سری آشوبی را دارد. معادله تفاضلی یادشده را می‌توان به دو بخش ωy_t و ωy_t^2 تقسیم کرد. بخش اول معادله، یک معادله

1.P-Period Cycle

۲. درقسمت(۲-۱) بیشتر از Baumol and Banhabib (1989) استفاده شده است.

رشد است و بخش دوم، یک عبارت بازخورغیرخطی است. نمودار(۲) رابطه بین y_{t+1} و y_t را به ازای مقادیر مختلف ω نشان می‌دهد.

نمودار ۲ - حالات مختلف معادله تفاضلی یک متغیره مرتبه اول و غیرخطی $y_{t+1}= \omega y_t (1-y_t)$ به ازای مقادیر مختلف ω.



نکته قابل توجه این است که هر دو عبارت شیب معادله $\left[\dfrac{dy_{t+1}}{dy_t} = \omega\left(1-y^2{}_t\right)\right]$ و حداکثر آن، یعنی $\dfrac{\omega}{4}$، بستگی به ω دارند. از روی نمودار (۲) می‌توان چهار حالت زیر را تشخیص داد :

۱. اگر $1 > \omega$ باشد، نمودار معادله کاملاً زیر خط ٤٥ درجه می‌ماند. اما اگر $1 < \omega$ باشد، نمودار، خط ٤٥ درجه را قطع می‌کند. محل تلاقی خط ٤٥ درجه با منحنی، نقطه تعادل است زیرا دراین نقطه داریم $y_{t+1}= y_t$

۲. اگر $2 > \omega > 1$ باشد، شیب نمودار در نقطه تقاطع با خط ٤٥ درجه مثبت خواهد بود.

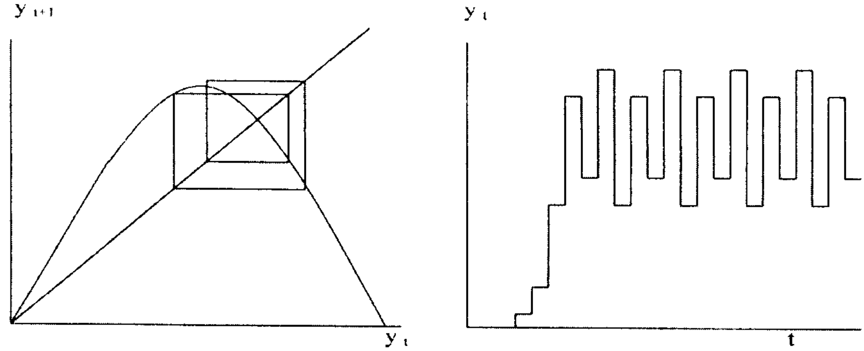
۳. اگر $3 > \omega > 2$ باشد، شیب نمودار در محل تلاقی منفی و با قدرمطلق کمتر از یک خواهد بود.

٤. اگر $3 < \omega$ باشد، شیب نمودار در محل تلاقی منفی و با قدر مطلق بزرگتر از یک خواهد بود.

در حالتی که شیب منحنی در نقطه تعادل منفی است، مسیر زمانی y_t یعنی حالات (۳) و (٤)، قابل توجه است. مسیر زمانی تا جایی که منحنی شیب مثبت دارد، تدریجاً صعودی و بدون تغییر جهت است ولی، درجایی که شیب منحنی منفی می‌شود مانند تار عنکبوت پیرامون نقطه تعادل نوسان می‌کند. در این حالت، مسیر زمانی پس از هر صعود، سقوط خواهد کرد و چنانچه، شیب منحنی در نقطه تعادل بزرگتر

از یک باشد (حالت ٤)، نوسانات انفجاری[1] ایجادکرده اما در نهایت، به یک دوران محدود پایداری[2] منتهی خواهد شد. نمودار (۳) یک نمونه از این دوران محدود پایدار و مسیر زمانی متناظر با آنرا نشان می‌دهد.

نمودار ۳ - یک مسیر زمانی y_t وقتی که $3 < \omega$ است و تعادل دورانی محدود ٤دوره ای ایجاد می‌کند.



در نمودار (۳)، y_t از مقدار اولیه برابر با $y_0=$ ۰/۰۳٤، شروع شده و پس از طی مراحل صعودی در نهایت، درون دو مستطیلی می‌افتد که مسیر همیشگی y_t را تعیین می‌کند .به عبارت دیگر، مقادیر آتی y_t به صورت پایدار برابر با یکی از مقادیر تعیین شده درون این دو مستطیل خواهد بود. در این حالت، مقدار y_t پس از هر چهار دوره به مقدار قبلی خود بر می‌گردد، یعنی $y_t = y_{t+4}$. بنابراین، می‌توان تعادل y_t را به صورت این دو مستطیل پایدار تعریف کرد زیرا، y_t برای همیشه در چهار چوب این مسیر هر چهار دوره یک بار خود را تکرار می‌کند.

نکته مهم در رفتار y_t این است که در صورت تغییر ω شکل تعادل به دست آمده به طور جالبی تغییر می‌کند. هنگامی که مقدار ω کمی بیشتر از ۳ است، y_t پس از طی مراحل صعودی اولیه درون یک مستطیل می‌افتد و در آن برای همیشه خود را تکرار می‌کند. در این حالت، تعادل پایدار به صورت یک دوران دو دوره‌ای خود را نشان خواهد داد، یعنی y_t پس از هر دوره به مقدار اولیه خود برمی‌گردد. هنگامی که ω افزایش می‌یا بد این تعادل پایدار، ناپایدار شده و مستطیلی که مقادیر y_t از روی آن تعیین می‌شدند به دو مستطیل تبدیل می‌شود. در این حالت، تعادل پایدار همان گونه که در نمودار(۳) نشان

1.Explosive Oscillation
2.Stable Limit Cycle

داده شد، به صورت یک چرخه چهار دوره ای در می‌آید. در صورت افزایش مجدد ω این تعادل چهار دوره‌ای نیز نامتعادل شده و تبدیل به یک تعادل هشت دوره ای می‌شود، در صورت ادامه این روند تعداد دوره‌های تعادل به ۱٦، ۳۲ و... می‌رسد، یعنی، y_t پس از طی ۱٦ دوره یا بیشتر خود را تکرار می‌کند. این روند افزایش تعداد چرخه‌های دوران محدود (یعنی همان تعداد مستطیل‌ها درنمودار ۳) به روند دو شکافی[1] موسوم است، زیرا، در هر مرحله از رسیدن به تعادل جدید نقاط قبلی به صورت دوتایی دچار شکاف می‌شوند. یعنی، هنگام رسیدن به یک تعادل چرخه چهار دوره ای، نقاط تعادل دو دوره ای ناپایدار شده و هر کدام به دو نقطه تجزیه می‌شوند، در نتیجه، مسیر y_t از یک مستطیل به دو مستطیل منتقل می‌شود. این فرایند با افزایش مقدار ω همچنان ادامه خواهد داشت و تعداد چرخه‌های چهار دوره ای به هشت دوره ای و سپس شانزده دوره‌ای و به همین ترتیب، بیشتر و بیشتر تبدیل خواهند شد.

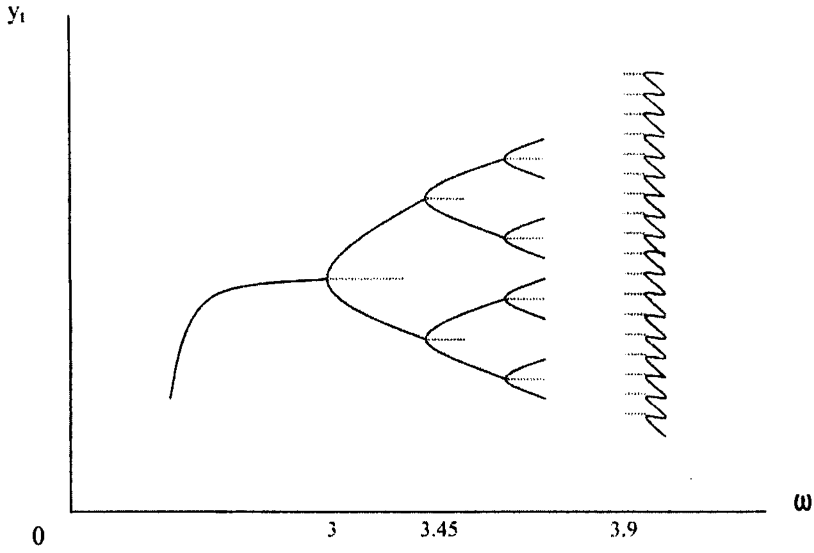
نکته جالبی که در این فرایند پدیدار می‌شود این است که به ازای مقادیر خاصی از ω چرخه‌های سه دوره ای ایجاد می‌شود. در این حالت، مسیرهای زمانی ای به وجود می‌آیند که اولاً، هیچ گاه تکرار نمی‌شوند. ثانیاً، حساسیت بسیاری به مقدار اولیه متغیر دارند. به طور خاص، هنگامی که $\omega =$ ۳/۹ می‌شود، مسیر زمانی متغیر وارد یک منطقه با نوسانات بسیار نامنظم می‌شود. در این حالت می‌توان گفت که آشوب وجود دارد. نمودار (٤) ورود سری y_t به مرحله آشوب را نشان می‌دهد.در این نمودار، تبدیل تعادل‌های پایدار(خطوط پیوسته)به تعادل‌های ناپایدار(خطوط گسسته) و شکافته شدن تعادل‌های پایدار که با افزایش مقدارω صورت می‌گیرد، نشان داده شده است. هنگامی که $\omega=$۳/۹ می‌شود، y_t وارد منطقه آشوب می‌شود (Barkley, 1990) .

۲-۲ . برخی ویژگی‌های مهم فرایندهای آشوبی

فرایندهای آشوبی را می‌توان با ویژگی‌های خاص آنها شناخت. سه ویژگی مهم فرایندهای آشوبی عبارتند از جذب کننده‌های عجیب و پیچیده، حساسیت زیاد به شرایط اولیه، و شکستگی‌های ناگهانی کیفی. در زیر این سه ویژگی مهم به طور اختصار توضیح داده شده اند.

1. Bifurcation

نمودار-٤. فرایند شکستگی مسیر y_t بر اساس مقادیر مختلف ω



مسیرهای زمانی Y_t به ازای مقادیر گوناگون ω در جدول زیر نشان داده شده اند.

جدول- ۱ . ماهیت مسیرهای زمانی Y به ازای مقادیر گوناگون پارامتر ω.

مقادیر ω	ماهیت مسیر زمانی
$0< \omega <1$	Y به سمت صفر میل می‌کند.
$1< \omega < 3$	Y به سمت ω / $(\omega$ -1) میل می‌کند.
$3\leq \omega <3.449$	Y به یک چرخه دو دوره ای میل می‌کند.
$3.449\leq\omega<3.549$	Y به یک چرخه چهار دوره ای میل می‌کند.
$3.549\leq \omega <3.57$	Y به یک چرخه با دوره‌های زوج (۸،۱٦،۳۲،...) میل می‌کند.
$3.57\leq\omega\leq4$	Y به نوسانات آشوبی تبدیل می‌شود.
$\omega >4$	Y به منهای بی نهایت میل می‌کند.

۲-۲-۱. جذب کننده‌های پیچیده[۱]

مسیرهای زمانی کلیه سری‌های پویای پایدار (معمولی یا آشوبی) دارای حدی هستند که به آن تعادل یا جذب کننده گفته می‌شود . به عنوان مثال، مسیر زمانی y_t در معادله تفاضلی مرتبه اول $y_{t+1}= 0.2\ y_t$ به سمت مقدار تعادلی $y^* = 0$ گرایش دارد، به طوری که با هر مقدار اولیه y_t، مسیر زمانی آن در حد به مرکز مختصات در نمودار مرحله ای(Phase Diagram) جذب خواهدشد. بنابراین در این حالت، مرکز مختصات که یک نقطه است جذب کننده این سری نامیده می‌شود.در موارد دیگر، جذب کننده‌ها ممکن است پیچیده تر از یک نقطه باشند. به عنوان مثال، در نمودار (۳) جذب کننده به صورت دو مستطیل است که کلیه مسیرهای زمانی سیستم به آنها جذب شده و در آنجا استقرار می‌یابند. همان‌گونه که قبلاً بحث شد، با تغییر مقدار ω شکل تعادل و به عبارت دیگر، شکل جذب کننده نیز تغییر خواهد کرد. در سیستم‌های آشوبی، جذب کننده‌ها بسیار پیچیده و عجیب هستند که می‌توان آنها را به این صورت تعریف کرد. "یک جذب کننده پیچیده، یک مجموعه نقاط غیر قابل شمارش است[۲] به طوری که کلیه مسیرهای زمانی که درون آن شروع شده باشند در داخل آن باقی می‌مانند و همچنین، کلیه مسیرهای زمانی مجاور به آن جذب خواهند شد. مسیرهای زمانی که در داخل مجموعه شروع شوند، می‌توانند غیر قابل تکرار باشند و یا به هر تعداد ازقبل تعیین شده به طور اختیاری تکرار شوند".

دربرخی سیستم‌های پویای غیرخطی که دارای جذب کننده‌های پیچیده ای هستند، می‌توان مسیر رفته شده را عیناً برگشت. در این سیستم‌ها که به‌هامیلتونین (Hamiltonian) معروف هستند، اگر شرایط اولیه ومعادلات حرکت[۳] را داشته باشیم، می‌توانیم مسیرهای طی شده به سمت جذب کننده‌ها را در جهت معکوس دنبال کنیم. به عبارت دیگر، این سیستم‌ها از لحاظ زمانی برگشت‌پذیرهستند. دربرخی مدل‌های پویای غیرخطی هرچند درصورت دردست داشتن شرایط اولیه ومعادلات، حرکت امکان محاسبه تقریبی مسیرهای انتقالی وجود دارد، اما این مسیرها غیرقابل برگشت زمانی هستند، زیرا،

1.Strange Attractors

۲. مجموعه قابل شمارش یک مجموعه بی نهایتی است که عناصر آن متناظر با تعداد عناصر یک مجموعه اعداد صحیح باشد. در غیر این صورت، مجموعه غیر قابل شمارش نامیده می‌شود.

1. Equation of Motion

تعداد بی‌نهایت مسیرهای زمانی انتقالی وجود دارند که به جذب کننده‌ها منتهی شده‌اند. این مدل‌ها، همان مدل‌های آشوبی هستند.

۲-۲-۲. حساسیت بسیار زیاد به شرایط اولیه

یک سری زمانی آشوبی به شرایط اولیه حساسیت بسیار زیادی دارد. اگر، دوسری زمانی بافرایندهای آشوبی ولی باشرایط اولیه بسیار نزدیک به هم را درنظر بگیریم، مسیرهای زمانی آنها پس از مدتی متمایز شده به طور کامل به صورت دو سری زمانی متفاوت از یکدیگر به نظرخواهند رسید. هرچه شرایط اولیه دوسری به هم نزدیک‌تر باشند، مدت زمانی که مسیرهای زمانی آنها شبیه به هم باشند، بیشتر خواهد شد. این شدت، وابستگی به شرایط اولیه در یک سری به پدیده "بال پروانه" شهرت یافته است، بدین ترتیب که اگر، جریان هوا یک فرایند آشوبی باشد، بال زدن یک پروانه می‌تواند منجربه ایجاد تغییراتی اساسی درآب وهوای جهان مانند شروع طوفان وگردباد دراقیانوس ویا جلوگیری از بروز یک خشک سالی در آفریقا در آینده شود. به عنوان مثال، با ثابت بودن سایر شرایط، چنانچه تنها مقدار ω را از ۳/۹٤ به ۳/۹٤٥ تغییر دهیم، مسیر زمانی y_t، به طور شگرفی تغییر خواهد کرد. این ویژگی سری‌های آشوبی به خوبی بیانگر این است که اگر متغیرها فرآیند آشوبی داشته باشند، پیش بینی متغیرها بسیار مشکل و دربلند مدت غیرممکن خواهد بود، زیرا، در صورت بروز کوچکترین تغییر در شرایط اولیه، رفتار سری به طور کلی تغییر یافته و با سری قبلی کاملاً متمایز خواهد بود. عناصری که شرایط اولیه را تعیین می‌کنند عبارتند از مقداراولیه متغیر (y_0)، و مقدار پارامتر ω. نکته جالب دررفتار یک سری آشوبناک این است که تغییر بسیار کوچک درهریک از این مقادیر، مسیر زمانی کاملاً جدا ومتمایزی را ایجاد می‌کند.

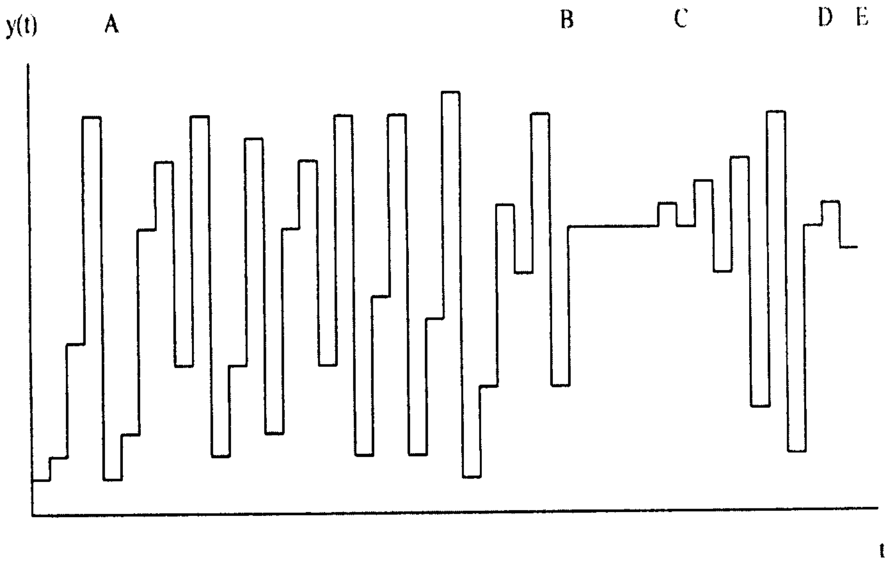
۳-۲-۲. شکستگی‌های ناگهانی ساختاری در مسیر زمانی

سری‌های آشوبی در برخی از مراحل مسیر زمانی خود ممکن است دچار شکستگی‌های ناگهانی ساختاری شوند. نمودار (۵) نشان می‌دهد که چگونه یک سری آشوبی پس از ۲۵ دوره نوسانات یکنواخت از نقطه A تا B به یک باره دچار شکستگی شده و به مدت ۱۰ دوره مسیری کاملاً هموار را از B تا C دنبال می‌کند و مجدداً دچار نوسان شده تا اینکه در نقاط D تا E به صورت هموار در

می‌آید. این ویژگی سری‌های آشوبی کار پیش‌بینی آنها را بسیار مشکل می‌کند. به عنوان مثال، اگر پیش‌بینی کننده‌ای قصد داشته باشد سری آشوبی که در نمودار (۵) نشان داده شده است را با استفاده از ۲۵ مشاهده اولیه پیش‌بینی کند، قطعاً خطای پیش‌بینی فاحشی را مرتکب خواهد شد هر چند که از تکنیک‌های بسیار پیشرفته برای این کار استفاده کرده باشد.

این پدیده، حاکی از آن است که رفتار یک سری آشوبی به طور کلی با رفتار یک سری تصادفی متفاوت است. یک سری آشوبی در حقیقت، از یک فرایند معین[1] تبعیت می‌کند فرایندی که دچار اختلالات بسیار بزرگ تصادفی است که در فواصل تصادفی اتفاق می‌افتد. اگر رفتار یک سری از فرایند تصادفی به دست آمده باشد، قابل پیش‌بینی نیست و اما اگر، از فرایند آشوبی ایجاد شده باشد، هر چند پیچیده بوده و تصادفی به نظر برسد، به علت معین بودن فرایند قابل پیش‌بینی است.

نمودار ۵- یک فرایند معین با اختلالات بزرگ تصادفی در فواصل تصادفی



1.Deterministic

۳. آشوب در اقتصاد

مدل‌های پویا برای اقتصاددانان به هیچ وجه جدید نیستند. اما، اکثر مدل‌های پویای مورد استفاده اقتصاددان ناپیوسته و خطی بوده اند. دلیل استفاده از مدل‌های پویای ناپیوسته شاید این باشد که کاربرآورد ضرایب متغیرها دراین مدل‌ها در مقایسه با مدل‌های پیوسته آسان‌تر است. دلیل تأکید بر مدل‌های پویای خطی نیز احتمالاً امکان حل تحلیلی آنها بوده است. جواب تحلیلی مدل‌های پویای خطی، رفتار سیستم را دروضعیت پایدار ودرهرنقطه اززمان تشریح می‌کند. معمولاً پاسخ سیستم‌های پویای خطی از تجزیه آنها به بخش‌های مختلف، یافتن پاسخ برای هربخش، وسپس جمع کردن مجدد بخش‌های مجزاازهم به دست می‌آید. بنابراین، می‌توان رفتار یک سیستم پویای خطی را مجموعه رفتار اجزای آن دانست.

به این دلیل که مدل‌های پویای خطی درتحلیل رفتارهای اقتصادی بسیار استفاده شده و مفید نیز بوده‌اند، نمی‌توان آنها را در ارایه تصویری کامل ازساختارغالب سیستم‌های اقتصادی کافی دانست. مدل‌های خطی تصویری کلی ومتقارن از واقعیات ارایه می‌دهند، درحالی که درجهان واقع، سیستم‌های اقتصادی که از متغیرهای غیر اقتصادی مانند عوامل روانی، اجتماعی، سیاسی وفیزیکی نیز تأثیرپذیر هستند، رفتاری غیرخطی ونامتقارن ازخود به نمایش می‌گذارند. مدل‌های پویای غیرخطی را نمی‌توان به همان روش مدل‌های پویای خطی با جمع کردن پاسخ‌های اجزای آنها حل کرد، زیرا، رفتارکل سیستم دریک مدل غیرخطی چیزی فراتر از مجموع رفتار اجزای آن است. به همین دلیل، برای حل این مدل‌ها، از کامپیوتر votedوروش‌های شبیه سازی استفاده می‌شود. در این روش، وضعیت سیستم درهرنقطه از زمان با محاسبه دنباله‌ای از وضعیت نقاط قبلی نقطه مورد نظر به وسیله کامپیوتر مشخص می‌شود. کلیه محاسبات در حل مدل‌های غیرخطی، برخلاف مدل‌های خطی، تقریبی هستند.

وجود فرایندهای آشوبی در ابعاد گوناگونی ازاقتصاد مورد بحث قرار گرفته است[۱] که در زیر ابتدا، به دو زمینه کلی وسپس، به برخی کاربردهای اقتصادی به ویژه در اقتصاد کلان اشاره می‌شود.

الف) تاکنون این دیدگاه وجود داشته است که سری‌های زمانی اقتصادی به خصوص سری‌های اقتصاد کلان و سری‌های بازارهای پولی و مالی از یک فرایند تصادفی پیروی می‌کنند و در نتیجه، تغییرات آنها قابل پیش‌بینی نیستند. به عنوان مثال، نلسون وپلاسر (Nelson & Plosser, 1982) نشان دادند که

---

۱. به عنوان نمونه نگاه کنید به Brock & Potter (1993)، Nishimura & Sorger (1996) و Brock & Lima (1995).

غالب متغیرهای اقتصادی دراقتصاد امریکا از فرایند گام تصادفی[1] پیروی می‌کنند. همچنین، هال (Hall, 1978) نشان داد که متغیرمصرف کل در چهارچوب یک برنامه بهینه یابی پویا و درشرایطی که انتظارات خانوار عقلایی شکل می‌گیرد، از فرایند گام تصادفی پیروی کرده درنتیجه، تغییرات آن غیرقابل پیش‌بینی است. نظریه کارایی بازارهای مالی نیز، نتیجه مشابهی را درمورد متغیر قیمت در بازارسهام ارایه داد. اگر، مشخص شود که این سری‌های اقتصادی تصادفی نبوده بلکه به وسیله یک فرایند آشوبی معین ایجاد می‌شوند، در کوتاه مدت قابل پیش‌بینی خواهند بود. به همین دلیل، تلاش‌های بسیاری انجام شده تا روند حاکم بر متغیرهای بازارهای پولی مانند نرخ‌های ارز وقیمت‌های سهام با این دیدگاه مورد بررسی قرار گرفته تا شاید بتوان پیش‌بینی‌های صحیح تری از روند آینده آنها به دست آورد.

ب) در بحث‌های مربوط به علل ایجاد دوران تجاری در نظریه‌های اقتصاد کلان، دو دیدگاه عمده وجود دارد. بر اساس نظر نئوکلاسیک‌ها، عامل اصلی ایجاد نوسانات تولید حول روند بلند مدت آن نیروهای برون زایی هستند که به صورت شوک‌های تقاضا و عرضه و شوک‌های ناشی از سیاست‌های پولی و مالی خود را نشان داده، قابل پیش‌بینی و کنترل نیستند. دیدگاه دوم که مطابق نظریات کنیزین‌هاست، عامل نوسانات تولید را فعل وانفعالات درونی اقتصاد می‌داند، به طوری که افزایش فعالیت دریک بخش اقتصاد ممکن است منجر به افزایش بیشتر فعالیت‌ها در سایر بخش‌ها شود و برعکس. قبول هر یک از این دو دیدگاه نتایج مختلفی برای سیاست‌های تثبیت از سوی دولت و بانک مرکزی خواهد داشت. دردیدگاه اول، بنا به ماهیت تصادفی و غیر قابل پیش‌بینی شوک‌ها جایی برای سیاست‌های مالی و پولی وجود ندارد و در واقع، اعمال این سیاست‌ها ممکن است عدم تثبیت اقتصادی را وخیم‌تر نیز کند. اما در دیدگاه دوم، با توجه به معین بودن فرایند ایجاد کننده سری‌ها و در نتیجه، قابل پیش‌بینی بودن آنها، سیاست‌های تثبیت اقتصادی برای رسیدن به اشتغال از اهمیت خاصی برخوردارند(Barkley 1990).

طرفداران دیدگاه دوم، از آشوب به عنوان شاهدی بر ادعای خود استفاده می‌کنند و سیاست‌های تثبیت اقتصادی را با توجه به فرایندهای غیر خطی و معین آشوبی در سری‌های اقتصادی به عنوان عامل

1.Random Walk

اصلی ایجادکننده دوران تجاری توجیه می‌کنند. در اینجا، چند نمونه از کاربردهای نظریه آشوب در مباحث اقتصادی به اختصار توضیح داده می‌شود.

۳-۱. نظریه آشوب در یک مدل اقتصاد کلان

مدل اقتصاد کلان زیر را در نظر بگیرید :(Scarth ,1996):

$$Y = \theta(m - p) \qquad (۱)$$

$$m = m^* - \gamma(p - p^*) \qquad (۲)$$

$$\dot{p} = \phi(Y - 1) + \dot{m}^* \qquad (۳)$$

کلیه متغیرها غیر از Y به صورت لگاریتم طبیعی نوشته شده اند. معادله (۱) تابع تقاضای کل را نشان می‌دهد که درآن تقاضای کل (Y) تابعی از تقاضای واقعی پول (m-p) است. برای سادگی متغیرهایی مانند مخارج دولت، از معادله تقاضای کل حذف شده اند. معادله (۲) تابع عکس العمل سیاست پولی رانشان می‌دهدکه در آن عرضه پول (m) برابر است با مقدار متوسط بلند مدت آن (m*)، مگر اینکه سطح قیمت‌ها از سطح بلند مدت آنها (p*) انحراف یابد. معادله (۳) منحنی فیلیپس تعمیم یافته با انتظارات را نشان می‌دهد که در آن تورم ($\dot{p}$) تابعی است از شکاف تولید (Y-1). (تولید در سطح اشتغال کامل برابر یک فرض شده است). چنانچه، سطح قیمت و عرضه پول در اشتغال کامل برابر یک فرض نشوند (m*=p*=0) و سپس از معادلات فوق نسبت به زمان مشتق گرفته شود و با جایگزینی رشد پول ($\dot{m}$) و تورم ($\dot{p}$) دستگاه معادلات حل شوند،خواهیم داشت:

$$\dot{Y} = -a(Y - 1)$$

دراینجا $\alpha = \theta\phi(1+\gamma)$. اگر معادله خلاصه شده بالا را به صورت گسسته بنویسیم، خواهیم داشت:

$$Y_{t+1} = \alpha + (1-\alpha)Y_t$$

این، یک معادله تفاضلی مرتبه اول است که در صورت احراز شرط $|\alpha|<1$ جواب همگرا خواهد داشت.

در این مدل سیاست پولی اثری در سطح تولید ندارد و یا حتی ممکن است اثر منفی نیز بر آن بگذارد، زیرا، درصورت افزایش γ (اعمال بیشتر سیاست پولی) احتمال اینکه مقدار α بیشتر از یک بوده

یعنی مسیر زمانی y_t واگرا باشد، زیاد خواهد بود.اما اگر، معادله تقاضای کل یک معادله غیر خطی فرض شود، یعنی

$$y = \phi(m - p)$$

که در آن $y = \ln Y$ جواب دستگاه معادلات مدل به صورت یک تابع لجستیک به همان صورتی که در نظریه آشوب مطرح است، تغییر خواهد یافت. اگر، مدل قبلی را با فرض معادله تقاضای کل جدید و جایگزینی‌های معمول حل کنیم، جواب زیر به دست می‌آید:

$$y = -\alpha(Y - 1)$$

اگر، تغییرات y در طی زمان را به صورت گسسته نشان دهیم

$$y = \frac{(Y_{t+1} - Y_t)}{Y_t}$$

و با تعریف متغیر جدید X_t به صورت $X_t=[(\beta-1)/\beta]Y_t$ که در آن $\beta=1+\alpha$، جواب دستگاه بالا به صورت زیر در خواهدآمد:

$$X_{t+1} = \beta X_t(1 - X_t)$$

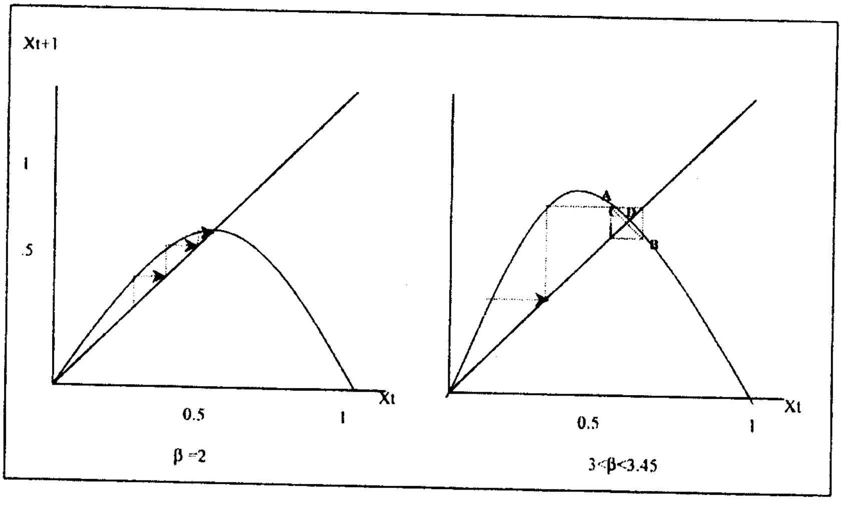
که همان معادله تفاضلی غیر خطی است که به ازای مقادیر خاصی از β فرایند آشوبی تولید می‌کند (β در اینجا برابر با همان ω در بخش ۱-۲ است). دو حالت از الگوهای پویای X در نمودار (٦) نشان داده شده اند. مقدار حداکثر X_{t+1} در هر دو نمودار هنگامی‌که $X_t =۰/۵$ $(Y=1)$ است به دست می‌آید .همچنین، اگر X_t صفر یا یک شود X_{t+1} برابر با صفر خواهد بود. خط ٤٥ درجه مجموعه نقاط تعادلی که در آن $X_{t+1} = X_t$ است را نشان می‌دهد. هنگامی که $\beta=2$ است، مسیر زمانی X_t که با نقطه چین نشان داده شده است، صرف نظر از محل شروع آن به نقطه تعادل E که در آن $X_{t+1} = X_t =۰/۵$ است، گرایش می‌یابد. هنگامی که $۳ < \beta < ۳/٤٥$ است، مسیر زمانی X_t به یک چرخه دو دوره‌ای یا یک مستطیل گرایش می‌یابد و مقادیر آتی X_t برای همیشه درون آن بین نقاط A و B نوسان خواهد داشت. همان گونه که در بخش‌های قبلی و در جدول بالا مطرح شد، با افزایش تدریجی β شکل چرخه‌های دوره ای گسترده تر و پیچیده‌تر می‌شود یعنی، تعداد مستطیل‌ها که تعادل را نشان می‌دهند بیشتر و بیشتر خواهند شد.

در این حالت، اشتغال کامل دربرگیرنده نقاط A و B و سطح متوسط فعالیت اقتصادی در نقطه C خواهد بود. نقطه D نیز نرخ طبیعی تولید را نشان می‌دهد. در چنین شرایطی، سطح متوسط فعالیت‌های اقتصادی زیر نرخ طبیعی خواهد بود(نمودار ٦ را ببینید). نکته جالب توجه از نظر تحلیل اقتصاد کلان این است که در صورت وجود یک فرایند غیر خطی، ممکن است اقتصاد حتی در بلند مدت در نقطه C قرار گرفته در نتیجه، هیچ‌گاه به نقطه D یا نقطه نرخ طبیعی نرسد. بنابراین، وجود چنین فرایند آشوبی در سری‌های اقتصادی امکان بروز وضعیت عدم تعادل همیشگی بدون وجود شوک‌های برون‌زا در اقتصاد را توضیح می‌دهد.

در این مدل، هر چه سیاست پولی در جهت کنترل سطح قیمت‌ها فعال‌تر عمل کند (مقدار γ بیشتر باشد)، ضریب β افزایش یافته و شکل منحنی در نمودار (٦) به صورت بلند تری ظاهر خواهد شد. از نقطه نظر وضعیت تولید در مقایسه با اشتغال کامل، چنین وضعیتی به معنی مقدار پایین‌تر سطح متوسط تولید خواهد بود که می‌تواند تأیید دیگری بر نظریه ارتباط سیاست پولی با سطح تولید باشد.

چنانچه، مقدار β به حدی برسد که یک الگوی آشوبی ایجاد کند، در نمودار (٦) به جای یک چرخه دو دوره ای، چرخه‌هایی با تعداد دوره نامحدود و یا تعداد بسیار زیادی از مستطیل‌هایی مانند آنهایی که بین نقاط A و B تشکیل شدند، ایجاد خواهد شد. اندازه و جایگاه این مستطیل‌ها حول و حوش صفحه برای همیشه در حال تغییر هستند بدون اینکه هیچ الگوی منظمی‌ظاهر شود.

نمودار -٦. دو نوع تعادل در مدل اقتصادی پویای غیر خطی



کاربرد مدل آشوب، از نوعی که در بالا ارایه شد، در مدل‌های اقتصاد کلان از سه لحاظ اهمیت دارد. اول اینکه برای توجیه دوران تجاری، در صورت وجود فرایندهای آشوبی در متغیرهای اقتصاد کلان، دیگر لزومی به فرض وجود شوک‌های برون‌زا نخواهد بود. همان‌گونه که در مدل بالا مشاهده شد، صرف وجود روابط غیر خطی معین در مدل می‌تواند منجر به ایجاد نوسانات تولید شود. دوم اینکه، سیاست‌های پولی انقباضی در جهت کنترل سطح قیمت‌ها (که از دیدگاه کلاسیک‌ها به علت بی اثر بودنشان بر سطح تولید سیاست‌هایی مطلوب تلقی می‌شوند)، در صورت وجود فرایندهای آشوبی در مدل می‌توانند نابسامانی‌های جدی در وضعیت اقتصاد ایجاد کنند. سوم اینکه، مسئله اشتغال کامل و رسیدن به آن، چه به صورت مجانبی و یا در حالت دوران حدی، می‌تواند به استراتژی هدف گذاری کوتاه مدت برای اعمال سیاست‌های پولی بستگی پیدا کند. این نکته از لحاظ تفاوت بین دو دیدگاه اصلی سنتی در اقتصاد کلان بسیار اهمیت دارد، زیرا، تاکنون خواص اصلی و بلند مدت مدل‌ها به کلاسیک‌ها و مسائل مربوط به نوسانات کوتاه مدت به کینزین‌ها نسبت داده می‌شد. ارایه راهکارهای سیاستی نیز با توجه به همین روش سنتی و متداول صورت می‌گرفت، به این ترتیب که سیاست‌های مالی و پولی تنها در کوتاه مدت و با فرض‌ها و شرایط خاص توصیه می‌شدند. با توجه به نتایج بالا، که با فرض وجود روابط غیر خطی پیچیده در مدل‌های اقتصاد کلان به دست آمدند، دیگر تفکیک کوتاه مدت و بلند مدت معنی خود را از دست می‌دهد، در نتیجه، بحث‌های مربوط به اثر گذاری سیاست‌های تثبیت بر سطح تولید نه تنها محدود به کوتاه مدت نمی‌شوند بلکه، به صورت جزء جدانشدنی از خواص اصلی مدل‌های اقتصاد کلان به شمار می‌آیند.

۳-۲. سایر کاربردهای نظریه آشوب در اقتصاد

۳-۲-۱. آشوب در مدل‌های کلان دوران زندگی

نظریه آشوب در سایر مدل‌های اقتصاد کلان نیز به کار گرفته شده اند. یکی از مهم‌ترین کاربردهای نظریه آشوب در اقتصاد را گراند مونت (Grandmont, 1986) انجام داده است. گراندمونت در چهارچوب یک مدل کلان با فرض وجود نسل‌های تداخلی[1]، بازارهای رقابتی و واحدهای اقتصادی

1.Overlaping Generation

مستقل که بهینه یابی می‌کنند واز آینده نیز کاملاً باخبرند، وجود آشوب را تأیید کرد. این نتیجه گیری با دیدگاه مدل‌های اقتصادی که سعی براین داشتند تا نشان دهند که انتظارات عقلایی و بازارهای رقابتی جواب‌های پایدار ویگانه ارایه می‌دهند و درنتیجه، نوسانات اقتصادی بدون شوک‌های برون‌زا به وجود نمی‌آید مغایرت آشکار داشت، همچنین، با دیدگاه کینزین‌ها درمورد علل درونزای ایجاد چرخه‌های تجاری، به ویژه انتظارات، مطابقت و بابهینه‌یابی افراد، انتظارات خود تحقق یافته[1] وتسویه بازار رقابتی سازگاری داشت. راسر (Rosser, 1990) نیز نظریه آشوب را در یک مدل نسل‌های تداخلی به کار گرفت و نشان داد که مدل می‌تواند به یک جواب با چرخه‌های آشوبی درونزا حتی در چهار چوب انتظارات عقلایی منجر شود.

بحث‌هایی نیز در زمینه امکان ساختن مدل‌های آشوبی ساده اقتصاد کلان با فروض بهینه یابی بین زمانی پویای[2] واحدهای اقتصادی دارای زندگی طولانی، آینده نگری کاملاً صحیح[3] وتسویه بازارها وجود دارند. غالب این مدل‌ها که مبتنی بر مدل‌های چرخه‌های زندگی هستند، منجربه آشوب می‌شوند زیرا، ممکن است طول عمر واحدهای اقتصادی کمتر از طول دوره بسیاری ازچرخه‌ها باشد، در نتیجه، فرصت حذف این چرخه‌ها از طریق آربیتراژ[4] به وجود نیاید. برخی مطالعات نشان داده اند که به راحتی می‌توان مدل‌های اقتصادکلان ساده ای که تعادل‌های دورانی ایجاد کنند، ساخت. به عنوان مثال، با وجود تخفیف تا هنگامی که درصد تغییر در قیمت‌های نسبی در هر دوره بیش از نرخ تخفیف نباشد می‌توان فرایند دورانی را در قیمت های نسبی مشاهده کرد. در حالت دیگر، می‌توان هزینه‌های انبار کردن و یا بازارهای مالی ناقص را در نظر گرفت که ممکن است از آربیتراژ کامل جلوگیری کنند، در نتیجه، منجر به ایجاد دوران یا آشوب حتی با فرض انتظارات عقلایی شوند.

1.Self-Fulfilling Prophesies
2.Intertemporal Optimization
3.Perfect Foresight
4.Arbitrage

۳-۲-۲. نظریه آشوب و نهادگرایان

بحث‌های مربوط به سیستم‌های غیر خطی پویا می‌تواند ارتباط نزدیکی با مباحث مطرح دراقتصاد نهادگرایانه [1] و اقتصاد تکاملی [2] داشته باشد. در این دیدگاه‌ها، نظر خاصی درمورد ماهیت چگونگی تغییر متغییرها وجوددارد. نهادگرایان معتقدند که نظریه اقتصاد نئوکلاسیک مبتنی برفیزیک نیوتنی و درنتیجه، مفهوم تغییردرآن مکانیکی است، درحالی که تغییر درنظر آنها یک مفهوم تکاملی از نوع داروینی است. در رابطه با بحث‌های مطرح شده درباره سیستم‌های غیرخطی پویا می‌توان گفت که طبق نظریه نئوکلاسیک‌ها زمان برگشت پذیر است درحالی که طبق نظریه نهادگرایان زمان یک فرایند تاریخی ودرنتیجه، غیرقابل برگشت است.

تفاوت دیگر نهادگرایان ونئوکلاسیک‌ها دررابطه با بحث حاضر این است که نئوکلاسیک‌ها یک دید سیستمی وهم زمان نسبت به اقتصاد واجزای آن دارند و تغییر درچهارچوب سیستمی که ساختار آن داده شده است، صورت می‌گیرد. درحالی که نهادگرایان، تغییر را به معنی تغییر ساختار یک سیستم اقتصادی می‌دانند. همچنین، نهادگرایان تغییر را نه به صورت هم زمان و در چهارچوب بهینه یابی بلکه به صورت دنباله دار ودرچهارچوب یک فرایند چرخه‌ای و انباشته‌ای معرفی می‌کنند. نکته دیگر این است که نئوکلاسیک‌ها یک دیدگاه اتمی و ازجزء به کل درمورد سیستم‌های اقتصادی دارند، به این معنی که مجموع رفتار آحاد اقتصادی را معادل رفتار کل اقتصاد می‌دانند، درحالی که طبق نظر نهادگرایان، رفتار کل سیستم اقتصادی ممکن است چیزی فراتر ازرفتار تک تک واحدهای اقتصادی باشد.

۳-۲-۳. نظریه آشوب و مدل رشد سولو [3]

از دیگر کاربردهای اقتصادی نظریه آشوب می‌توان به مدل رشد سولو که درآن، میل نهایی به پس انداز ناشی از دستمزد کمتراز میل نهایی به پس انداز ناشی از سود باشد، اشاره کرد. در شرایطی که میزان سرمایه (K) کم است نرخ بازدهی آن بالا و نرخ جانشینی آن با نیروی کار پایین است. اما با افزایش میزان سرمایه، بر اساس اصل کاهشی بودن بازدهی نهایی، نرخ بازدهی پایین ونرخ جانشینی بالا خواهد

---
1. Institutional Economics
2. Evolutionary Economics
3. Solow

رفت. سود کل در ابتدا می‌تواند افزایش یابد، ولی ممکن است در مراحل بعدی کاهش یابد. در این صورت، رابطه بین سطح سرمایه در زمان‌های متوالی یعنی K_{t+1} و K_t به صورت یک منحنی تپه مانند از نوعی که قبلاً در نمودارهای (۳) و(٦) نشان داده شدند، در می‌آید، بدین ترتیب که، افزایش ابتدایی میزان‌سرمایه منجر به پس‌انداز بیشتر و سپس، کاهش آن به دلیل سقوط سود می‌شود (Scarth, 1996). بنابراین، با توجه به پیچیده بودن فرایند ایجاد کننده متغیرهای سرمایه و تولید، ممکن است اقتصاد دارای رشد ثابت بلند مدت از نوعی که مدل سولو پیشنهاد می‌دهد، نباشد.

۳-۲-۴ . نظریه آشوب و رشد کارایی

به عنوان نمونه دیگر از ایجاد فرایند دورانی، می‌توان به نظریه رشد کارایی اشاره کرد. مطابق این نظریه، نرخ رشد کارایی که به صورت $\Pi^*_t=(\Pi_{t+1}-\Pi_t)/\Pi_t$ تعریف می‌شود، تابعی مثبت از نرخ بازدهی هزینه‌های تحقیق و توسعه[1](r_t) است. بنابراین، با افزایش r_t انتظار می‌رود که Π^*_t و در نتیجه، سطح دستمزدهای واقعی افزایش یابد. از آنجا که تحقیق وتوسعه به عنوان یک فعالیت خدماتی متکی بر نیروی کار است، هزینه‌های آن با افزایش سطح دستمزدهای واقعی افزایش، در نتیجه، تقاضا برای آن کاهش خواهد یافت. با کاهش فعالیت‌های تحقیق و توسعه در دورهٔ بعد شاهد کاهش نرخ رشد بهره وری خواهیم بود. ادامه این روند یک فرایند دورانی تار عنکبوتی ایجاد خواهد کرد که درآن، نرخ‌های بالای رشد بهره وری منجر به قیمت‌های بالای تحقیق و توسعه شده که خود در بازگشت، نرخ رشد بهره‌وری دوره بعد را کاهش خواهدداد. کاهش نرخ رشد بهره‌وری نیز قیمت‌های تحقیق و توسعه را پایین خواهد آورد و فرایند به همین ترتیب ادامه خواهد یافت. اگر، هزینه‌های تحقیق و توسعه به صورت غیر متناسب با افزایش رشد بهره وری تغییر یابد، رابطه $\Pi_{t+1}=f(\Pi_t)$ به وضوح می‌تواند یک نمودار تپه شکلی مانند حالت‌های قبل ایجاد کند که در آن مسیر زمانی Π_t یک فرایند آشوبی را به نمایش بگذارد.

1. Research & Development

۴. آزمون‌های آشوب

همان‌گونه که در بخش‌های قبلی توضیح داده شد، وجود آشوب در سری‌های اقتصادی می‌تواند نتایج جدی و بسیار متفاوتی در مدل‌های رایج اقتصاد کلان داشته باشد. به دنبال بحث‌های نظری، پژوهش‌های تجربی متعددی پیرامون وجود فرایند غیر خطی معین در سری‌های اقتصادی با روش‌های نو وپیچیده تری صورت گرفته است. اقتصاددانان درمواجهه با آمار واطلاعات سری‌های زمانی متغیرهای اقتصادی که نوسانات نامنظم دارند، علاقه‌مندند بدانند که آیا مدل یا سیستم اقتصادی واقعی مورد نظر رفتار آشوبی دارد یاخیر؟

به طور کلی، دودیدگاه برای ارزیابی وضعیت سری‌های زمانی اقتصادی پیچیده مطرح شده است. در دیدگاه اول، به بررسی این مسئله می‌پردازیم که آیا سری زمانی مورد نظر به وسیله یک فرایند معین یا تصادفی ایجاد شده است؟ در دیدگاه دوم، سعی براین است که تشخیص داده شود آیا سری زمانی حاکی از یک رفتار آشوبی یا غیرآشوبی است؟ روش‌هایی که دردیدگاه اول به کارگرفته می‌شود، متکی بر تجزیه وتحلیل دامنه همبستگی سیستم هستند. روش‌های مربوط به دیدگاه دوم، عبارتند از محاسبه توان لیاپونوف[1] سیستم و آنتروپی کولموگروف.[2] در ادامه به بررسی روش‌های آزمون وجود فرایند آشوبی می‌پردازیم.

۴-۱.مشاهده

در این روش، سعی می‌شود تا سیستم پویای ایجاد کننده فرایند آشوبی شناسایی شود. اگر، فرض کنیم که رابطه مورد نظر یک معادله تفاضلی مرتبه اول است، می‌توانیم مقادیر y_{t+1} در مقابل y_t را در یک نمودار رسم کرده با نمودار تپه شکلی که رفتار آشوبی برای سری زمانی y_t ایجاد می‌کند، مقایسه کنیم. اگر، نمودار حالت تپه شکل از نوع نمودار شماره (۳) یا (٦) داشت احتمال وجود فرایند آشوبی وجود دارد. این روش، همانند سایر روش‌های مبتنی بر مشاهده نمودار، نمی‌تواند نتایج خیلی دقیقی داشته باشد، زیرا، نمودار تپه شکل ممکن است متعلق به یک فرایند ایجاد شده از معادله تفاضلی با درجات بالاتر یا شامل متغیرهای دیگری از جمله وقفه‌های y_t با تعداد نامعلومی از دوره‌ها باشد.

1. Lyapunov Exponent
2. Kolmogrov Entropy

۴-۲.آزمون بعد همبستگی

این آزمون، متکی بر یکی از خصوصیات ویژه یک فرایند تصادفی در مقایسه با فرایند آشوبی است. یک فرایند تصادفی دارای ابعاد پیوسته (بی‌نهایت) است. اما، یک فرایند آشوبی ابعاد محدودتری دارد، یعنی دارای یک مجموعه از نقاطی است که مسیر زمانی به آن محدود می‌شود. بنابراین، می‌توان از روی محاسبه ابعاد یک سری به فرایند ایجاد کننده آن پی برد. مطابق این روش، اگر دامنه سری بالا بود، حاکی از یک فرایند تصادفی است، در غیر این صورت، یک فرایند آشوبی خواهد بود.

بعد همبستگی با استفاده از متغیری به نام انتگرال همبستگی که از سوی گراسبرگر و پروکاشیا (Grassberger and Procaccia, 1983) معرفی شد به صورت زیر محاسبه می‌شود. سری مانای x_t را درنظربگیرید $(t=1,2,\ldots,T)$. می‌توان x_t را در فضای m بعدی به صورت زیر تعریف کرد . $X_t^M=(X_t, X_{t-1},.., X_{t-M-1})$. انتگرال همبستگی از درجه m همبستگی فضایی بین T نقطه پراکنده در فضای m بعدی را اندازه‌گیری می‌کند و از بین آنها بخشی از نقاط دوتایی m بعدی، یعنی (x_t^m, x_s^m)، را که فاصله‌شان از یکدیگر کمتر از شعاع ثابت ε است، انتخاب می‌کند. بنابراین، انتگرال همبستگی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_T^m(\varepsilon) = \sum_{t<S} (|x_t^m - x_s^m|) < \varepsilon) \Big/ T_m(T_m - 1)$$

دراینجا، علامت $| \, |$ به معنی فاصله اقلیدسی، T حجم نمونه شامل نقاطی از بردار x و $T_m = T - m - 1$ هستند . گراسبرگر و پروکاشیا نشان دادند که برای مقادیر کوچک ε می‌توان نوشت $C^M(\varepsilon) = \varepsilon^D$، که D بعد سیستم را نشان می‌دهد. بعد همبستگی با بعد M عبارت است از

$$D = \lim_{\varepsilon \to 0} \lim_{T \to 0} \left\{ \ln C^M(\varepsilon) / \ln \varepsilon \right\}$$

و بعد همبستگی عبارت است از

$$D = \lim_{M \to 0} \ln D^M$$

اگر، D^M محاسبه شده برای یک سری با افزایش M مدام افزایش یابد، حاکی از این خواهد بود که فرایند ایجاد کننده سری تصادفی است، در غیر این صورت، اگر، D^M به یک ثبات نسبی برسد، بر معین بودن سری دلالت خواهد داشت.

مشکلی که در رابطه با اندازه‌گیری شاخص‌های یادشده وجود دارد این است که در حالت‌های با مشاهدات کم، این امکان وجود دارد که ε طوری انتخاب شود که عملاً فاصله هیچ دو نقطه ای در این دامنه قرار نگیرد. برای رفع این مشکل، براک و سایرز (Brock and Sayers, 1988) آماره جدیدی را به شرح زیر معرفی کردند:

$$SC^M = \frac{\left\{\ln C^M(\varepsilon_t) - \ln C^M(\varepsilon_{t-1})\right\}}{\left\{\ln(\varepsilon_t) - \ln(\varepsilon_{t-1})\right\}}$$

اگر، آماره SC در مقادیر کم به مقدار ثابتی گرایش پیدا کند، دلالت براین دارد که سری مورد نظر از یک فرایند آشوبناک پیروی می‌کند. برای استفاده از آماره SC می‌توان به دو صورت زیر عمل کرد: اول، در صورت به هم ریختن سری زمانی، ممکن است ساختار آشوبناک موجود در سری از بین برود. اگر، سری یک فرایند آشوبی داشته باشد، آماره SC که بااستفاده از سری اصلی برآورد شده است در مقایسه با مقداری که از یک سری به هم ریخته به دست آمده است، باید به مراتب کمتر باشد. دوم، برای یک سری آشوبناک، بعد همبستگی نباید با تغییر فرم سری زمانی تغییر کند. بنابراین، به عنوان مثال، اگر، مقدار آماره SC برآورد شده از سری پسماندهای یک فرایند AR با مقدار برآورد شده آن از سری اصلی بسیار متفاوت باشد، حاکی از وجود یک فرایند آشوبی در سری خواهد بود.

۴-۳.آزمون توان لیاپونوف *(Lyapunov Exponent)*

آزمون توان لیاپونوف براساس این ویژگی سری‌های آشوبی است که نقاط مجاور در این سری‌ها به مرور زمان از هم جداشده و نسبت به هم واگرا می‌شوند. توان لیاپونوف این واگرایی را به وسیله یک تابع نمایی اندازه گیری می‌کند. محاسبه توان لیاپونوف از طریق اندازه گیری مقدار کشیدگی یاخمیدگی که درحرکت سیستم رخ می‌دهد، انجام می‌شود. درواقع، دراین روش، سرعت متوسطی که مسیرهای

انتقالی دونقطه ای که درابتدا به هم نزدیک بوده اند به طورنمایی از یکدیگر منحرف می‌شوند، محاسبه می‌شود. اگر، بزرگترین توان محاسبه شده لیاپونوف مقدار مثبتی داشته باشد، سیستم دارای رفتار آشوبی است و بالعکس. روش محاسبه به صورت زیر است:

اگر بین X_n و X_{n+1} رابطه تبعی زیر وجود داشته باشد

$$X_{n+1} = f(X_n)$$

می‌توان فاصله بین X_0 و $X_0 + \varepsilon$ را با ε و فاصله بین $f^n(X_0)$ و $f^n(X_0 + \varepsilon)$ را با تابع نمایی $\varepsilon e^{n\lambda(X_0)}$ نشان داد. به عبارت دیگر:

$$\varepsilon e^{n\lambda(x_0)} = |f^n(x_0 + \varepsilon) - f^n(x_0)|$$

که در آن $e^{n\lambda(X_0)}$ درواقع، میانگین اختلاف بین نقاط مجاور درهر تکرار را نشان می‌دهد. λ به نمای لیاپونوف معروف است. حد رابطه بالا به صورت زیر است:

$$\lambda(x_0) = \lim_{\varepsilon \to 0} \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \log \left| \frac{f^n(x_0 + \varepsilon) - f^n(x_0)}{\varepsilon} \right|$$

و یا

$$\lambda(x_0) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \log \left| \frac{df^n(x_0)}{dx_0} \right|$$

همچنین، می‌توان نشان داد که نمای لیاپونوف به صورت زیر نیز قابل ارایه است.

$$\lambda(x_0) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln \left| \frac{df(x_i)}{dx_i} \right|$$

که درآن، عبارت داخل | | مشتق تابع f است. برای سری‌های آشوبناک مقدار توان لیاپونوف مثبت و در غیر این صورت منفی است.

برای برآورد توان لیاپونوف می‌توان از روش ماتریس ژاکوبین که از سوی نیچکا و دیگران (Nychka et al, 1992) به شرح زیر پیشنهاد شده است استفاده کرد.

فرض کنید داده‌های $\{x_t\}$ مقادیر حقیقی هستند که براساس یک مدل خودرگرسیون غیرخطی از نوع زیر ایجاد شده اند.

$$x_t = f\left(x_{t-L}, x_{t-2L}, \ldots, x_{t-mL}\right) + e_t$$

که در آن، L معرف تأخیر زمانی و m طول خودرگرسیون است. e_t نیز دنباله ای از متغیرهای تصادفی مستقل با میانگین صفر و واریانس ثابت است. رابطه بالا را می‌توان دریک قالب فضا–حالت به صورت زیر نمایش داد.

$$\begin{bmatrix} x_t \\ x_{t-L} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{t-mL+L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f\left(x_{t-L}, \ldots, x_{t-mL}\right) \\ x_{t-L} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{t-mL+L} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_t \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}$$

ویا به صورت خلاصه‌تر

$$X_t = F\left(X_{t-L}\right) + E_t$$

حال، توان لیاپونوف را می‌توان به این صورت تعریف کرد. اگر، $R^m \in X_0$ و X_0 معرف دو بردار اولیه نزدیک به هم باشند، پس از تکرار معادله یادشده به تعداد M بار با اعداد تصادفی یکسان و استفاده از بسط تقریبی تیلور، می‌توان نوشت:

$$|X_M - X'_M| = |F^M\left(X_0\right) - F^M\left(X'_0\right)| \approx |(DF^M)_{X_0}(X_0 - X'_0)|$$

که درآن، F^M بیانگر M امین تکرار F و $D(F^M)_{x_0}$ نیز ماتریس ژاکوبین F بوده که در X_0 ارزیابی شده است. با استفاده از قانون مشتق زنجیره ای، می‌توان رابطه زیر را به دست آورد:

$$|X_M - X'_M| = |T_M(X_0 - X'_0)|$$

که در آن، $J_t = (DF^M)_{X_t}$ و $T_M = J_M J_{M-1} \ldots J_1$ است. اگر $v_1(M)$ بزرگترین مقدار مشخصه[1] ماتریس $T_M^T\,T_M$ باشد، توان لیاپونوف مسلط را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد.

$$\lambda = \lim_{M \to \infty} \frac{1}{2M} \ln|v_1(M)|$$

1.Eigenvalue

در این حالت، λ نرخ بلند مدت واگرایی یا هم گرایی بین مسیرهای زمانی را نشان می‌دهد. چنانچه مقدار λ مثبت باشد، دلالت بر این دارد که دونقطه مجاور به صورت نمایی ازهم دور می‌شوند و مثبت بودن λ به معنی هم گرایی نمایی مسیرهای زمانی آن دونقطه است. درحالت اول، مثبت بودن توان لیاپونوف (λ) حاکی از وجود یک فرایند آشوبی است.

۴-۴. آزمون پایداری یا آنتروپی کولموگروف *(Kolmogorov Entropy)*

این آزمون نیز بر اساس خصوصیت دیگری از سری‌های زمانی تصادفی استوار است.یک فرایند تصادفی به شرایط اولیه حساسیت زیادی ندارد یعنی، مسیرهای زمانی آن با شرایط اولیه متفاوت باید همگرا باشند. عکس این حالت در مورد یک فرایند آشوبی صادق است، یعنی مسیر زمانی با کوچکترین تغییر در مقدار اولیه سری زمانی دچار تغییرات اساسی می‌شود. بنابراین، مسیرهای زمانی یک فرایند آشوبی با شرایط متفاوت اولیه باید واگرا باشند. براین اساس، می‌توان آزمونی بر پایه واگرا یا همگرا بودن مسیرهای زمانی یک سری با شرایط متفاوت اولیه انجام داد، به طوری که اگر مسیرهای زمانی با شرایط اولیه مختلف واگرا نباشد، سری متعلق به یک فرایند تصادفی و در غیر این صورت یک فرایند آشوبی خواهد بود.

درواقع، آزمون آنتروپی کولموگروف یا آنتروپی K ویژگی حساسیت یک سری آشوبی به شرایط اولیه را کمی می‌کند. اگر، دوسری زمانی بسیار نزدیک به هم را درنظربگیریم به طوری که به ظاهر غیرقابل تشخیص از یکدیگر باشند، درصورت پیروی از یک فرایند آشوبی، انتظار می‌رود که روند دوسری باگذشت زمان کاملاً متمایز وقابل تشخیص از یکدیگر باشند. آزمون آنتروپی کولموگروف سرعتی راکه مطابق آن دوسری ازیکدیگر متمایز می‌شوند ویا به عبارت دیگر، میانگین نرخ انحراف دوسری از یکدیگر را محاسبه می‌کند. سرعت صفر به معنای عدم تمایزپذیری دوسری باگذشت زمان ودرنتیجه تصادفی بودن فرایند ایجاد کننده آنهاست. سرعت مثبت نیز به معنی جداشدن تدریجی دوسری از یکدیگر به مرور زمان و درنتیجه، آشوبناک بودن فرایند ایجاد کننده سری است.

فرمول محاسباتی آنتروپی کولموگروف به شرح زیر است:

$$K = \lim_{\varepsilon \to \infty} \lim_{M \to \infty} \lim_{T \to \infty} \ln \left[\frac{C^{M}(\varepsilon)}{C^{M+1}(\varepsilon)} \right]$$

تعریف متغیرها همان است که در قسمت قبلی آمد. آنتروپی K را می‌توان با استفاده از نمای لیاپونوف نیز محاسبه کرد. برای یک سیستم چند بعدی، آنتروپی K برابر است با مجموع نماهای مثبت لیاپونوف. یعنی:

$$K = \sum_i \lambda_i \qquad , \lambda_i > 0$$

$$K = 0, \qquad \lambda_i \leq 0$$

بنابراین، اگر مقدار K برای یک سری برابر با صفر باشد، حاکی ازاین است که سری مورد نظر از یک فرایند ساده و قابل پیش‌بینی پیروی می‌کند. اگر K مثبت باشد (ناشی از اینکه حداقل یکی ازنماهای لیاپونوف مثبت است) دلالت بریک فرایند آشوبناک دارد. هرچه مقدار K بیشتر باشد، شدت وپیچیدگی فرایند آشوبی نیز بیشتر خواهد بود. درنهایت، اگرK به سمت بی نهایت میل کند، حاکی از این است که سری موردنظر ازیک فرایند کاملاً تصادفی وغیرقابل پیش‌بینی پیروی می‌کند. به این ترتیب، می‌توان بامحاسبه آنتروپی K به فرایند تصادفی یاآشوبی سری زمانی پی برد.

۴-۵. آزمون BDS[1]

این آزمون، آزمونی است بر اساس انتگرال همبستگی که تصادفی بودن فرایند ایجادکننده یک سری زمانی را درمقابل وجود همبستگی کلی درآن ارزیابی می‌کند. این آزمون، می‌تواند به خوبی برای ارزیابی وجود یک فرایند غیرخطی کلی، ازجمله فرایند آشوبناک، در سری زمانی مشاهده شده مورد استفاده قرارگیرد. آزمون به شرح زیر ساخته شده است.

براک(Brock) و دیگران نشان دادند که برای یک سری زمانی با توزیع مستقل و مشابه (IID) می‌توان نوشت:

$$\lim_{T\to\infty}\left[C^M(\varepsilon)\right] = C^1(\varepsilon)^M$$

که درآن، $C^M(\varepsilon)$ همان انتگرال همبستگی با بعد M است. آماره BDS براساس اختلاف استاندارد شده بین این دو انتگرال همبستگی که توزیع مجانبی نرمال داردبه شرح زیر بنا شده است:

۱.نام این آزمون برگرفته از نام ابداع کنندگان آن یعنی Brock, Dechert, and Sheinkman (1993) است.

$$W_T^M(\varepsilon) = \left\{ T\left[C_T^M(\varepsilon) - C_T^1(\varepsilon)\right] \Big/ \sigma_T^M(\varepsilon) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

به طوری که در آ ن، $\sigma(\varepsilon)$ انحراف معیار عبارت داخل [ ] درصورت کسر است. این آماره بافرض صحت فرضیه صفر (تصادفی بودن فرایند سری زمانی) توزیع مجانبی نرمال استاندارد دارد.

بنابراین، باتوجه به توضیحات گفته شده، روش انجام آزمون BDS به ترتیب زیر خواهد بود:

ابتدا، فرایند خطی سری زمانی از طریق یک مدل مانند ARIMA استخراج می‌شود. سپس آماره W برای پسماندهای مدل محاسبه می‌شود. اگر W محاسبه شده معنی دار بود، تصادفی بودن سری زمانی رد می‌شود، یا به عبارت دیگر، وجود یک فرایند غیرخطی در مدل تأیید می‌شود. در غیر این صورت، آزمون انجام شده دلالت بر یک فرایند خطی خواهد داشت. نوع غیرخطی بودن فرایند حاکم برسری زمانی باید ازطریق آزمون‌های تکمیلی دیگری مشخص شود.

براک و دیگران (Brock et al , 1993)، از این روش دومرحله ای برای آزمون آشوب استفاده کردند. در روش آنها، ابتدا، پسماندهای ناشی از یک مدل غیر خطی مانند ARCH به دست آمد. سپس، آزمون وابستگی غیرخطی برروی پسماندهای استاندارد شده انجام شد. عدم وجود وابستگی غیر خطی (یعنی قبول فرضیه صفر) به معنی عدم وجود آشوب در سری مورد نظر بود، اگر مدل ARCH فرایند غیرخطی موجود درسری زمانی را قبلاً توضیح داده باشد، هیچ فرمی از رابطه غیرخطی، شامل آشوب، در مدل نشان داده نمی‌شود.

براک و دیگران نشان دادند که آزمون BDS نسبت به سایر آزمون‌ها قوی تر است به شرطی که داده‌های موجود ۵۰۰ یا بیشتر[1]، M برابر با ۵ یا کمتر، و ε بین ۰/۵ و دوبرابر انحراف معیار داده‌ها باشد.

۴-۶. آزمون نمای هرست *(Hurst Exponent)*

آزمون نمای هرست برمبنای مطالعاتی است که هرست (Hurst, 1951) برای تشخیص فرایند ورودی جریان آب در سدی که برروی رودخانه نیل می‌ساخت، انجام داد. جریان ورودی آب در سدها معمولاً

۱. آزمون با حجم نمونه ۵۰ تا ۲۰۰ نیز درمقایسه با سایر آزمون‌های غیر خطی خوب کار می‌کند.

تصادفی فرض می‌شدند، ولی، هرست بامطالعه داده‌های دوره‌های گذشته به وجود چرخه‌های نامتناوبی در جریان ورودی آب پی برد. روش مطالعه وآزمون هرست به تدریج به سایر پدیده‌ها نیز که درظاهر تصادفی به نظر می‌رسند ولی ممکن است از یک الگوی منظمی برخوردار باشند، تعمیم داده شد. روش انجام آزمون به شرح زیر است:[1]

یک سری زمانی $x=x_1,..,x_n$ را درنظربگیرید. ابتدا، مقیاس داده‌ها به صورت زیر تغییر یافته ویا به عبارتی نرمال می‌شود.

$$Z_r = \left(x_r - x_m\right), r = 1,\ldots,n$$

که درآن x_m میانگین سری است. در مرحله بعد، سری زمانی جدیدی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$Y_r = \left(Z_1 + Z_r\right), r = 2,\ldots,n$$

ازآنجاکه میانگین Z صفراست، آخرین مقدار Y، یعنی Y_n، همیشه صفر خواهد بود. دامنه تعدیل شده برابر خواهد بود با

$$R_n = \max\left(Y_1,\ldots,Y_n\right) - \min(Y_1,\ldots,Y_n)$$

بدیهی است که چون میانگین Y صفر است، حداکثر آن همیشه بزرگ تر یا مساوی صفر و حداقل آن همیشه کوچک تر یا مساوی صفر خواهد بود. بنابراین، دامنه تعدیل شده (R_n) همیشه غیرمنفی خواهد بود. هرست با استفاده از قاعده نصف در آمار [2] رابطه زیر را تعریف کرد.

$$(R/S)_n = a.n^H$$

که درآن، R همان دامنه تجدید مقیاس شده، S انحراف معیار سری زمانی، a عدد ثابت، n تعداد مشاهدات و H نمای هرست هستند. فرمول بالا را می‌توان به طور تقریبی به صورت زیر نوشت:

$$\log(R/S)_n = \log a + H\log(n)$$

---

۱. کتاب Edgar Peters منبع مناسبی برای این آزمون و کاربردهای آن دربازارهای مالی است.

۲. این قاعده برپایه قاعده انیشتن تعریف شده است. طبق قاعده انیشتن، فاصله ای که یک عنصر تصادفی می‌پیماید تابعی است از ریشه دوم زمانی که برای اندازه گیری آن صرف شده است. یعنی $R=T^{0.5}$، که درآن R فاصله پیموده شده و T شاخص زمان است.

در عمل، می‌توان با انجام یک رگرسیون ضریب نمای هرست (H) را برآورد کرد. طبق نتایج هرست، اگر، مقدار نمای هرست برابر با ۰/۵ شد، دلالت بر یک فرایند مستقل دارد. اگر، نمای هرست بین ۰/۵ و ۱ قرارگرفت، دلالت بر یک سری زمانی دوام دار با حافظه بسیار طولانی دارد. در نهایت اگر، نمای هرست برابربا یک مقدار مثبت ولی کمتر از ۰/۵ شد، دلالت بر بی دوام بودن فرایند دارد. مطالعات نشان داده اند که بسیاری از سری‌های موجود درطبیعت وبرخی سری‌های اقتصادی به ویژه دربازار سرمایه تصادفی نبوده دارای حافظه ودوام نسبتاً بلند مدت هستند.

۴-۷.آزمون شبکه‌های عصبی مصنوعی (Artificial Neural Network)

از مدل شبکه‌های عصبی مصنوعی می‌توان به عنوان یک آزمون برای یافتن فرایند غیرخطی پویا، ازجمله فرایند آشوبناک، درداده‌ها استفاده کرد. مدل‌های شبکه‌های عصبی مصنوعی مدل‌های غیرخطی انعطاف پذیری هستند که قادرند برآورد وپیش‌بینی سری‌های زمانی غیرخطی پیچیده را با دقت قابل قبولی انجام دهند[۱]. مدل‌های شبکه‌های عصبی مصنوعی معمولاً شامل سه لایه ورودی، میانی، وخروجی هستند. داده‌های ورودی به دوصورت مستقیم ویا غیرمستقیم ازطریق توابع انتقالی در بخش میانی به لایه خروجی مرتبط می‌شوند. ارتباط مستقیم بخش خطی وارتباط از طریق لایه میانی، بخش غیرخطی مدل را مشخص می‌کنند. آزمون شبکه‌های عصبی مصنوعی به صورت زیر تعریف واجرا می‌شود:

یک مدل شبکه عصبی مصنوعی تعمیم یافته (دارای مؤلفه خطی) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$y = \beta_0 + X\delta + \sum_{i}^{q} G\left(X\gamma_j\right)\beta_j + \varepsilon, \quad j = 1,\ldots,q$$

که درآن، δ یک بردار ضرایب (وزن‌ها) بین داده‌های لایه ورودی (x)و لایه خروجی(y) سیستم است، γ شامل بردارهای ضرایب بین q لایه میانی و لایه خروجی، β بردارضرایب بین لایه ورودی ولایه میانی و G تابع انتقالی در لایه میانی است. همان گونه که تابع بالا نشان می‌دهد، در این حالت،

---

۱. برای آشنایی کامل‌تر با مدل‌های شبکه‌های عصبی مصنوعی می‌توانید به کوان و وایت (Kuan and White,1994) و مشیری و کمرون Moshiri and Cameron (2000) مراجعه کنید.

خروجی مدل (y) تابعی از دو مؤلفه خطی $(x\delta)$ و غیر خطی ($\sum_{j}^{q} G(x\gamma_j)\beta_j$) است. اگر، سری زمانی x دارای فرایندخطی باشد، عبارت غیر خطی مدل باید حذف شود. بنابراین، در این آزمون، می‌توان فرضیه صفر را $\beta = 0$ قرارداد. اگر یک فرایند خودرگرسیون مانند AR را برروی سری زمانی اجراکنیم، پسماندهای به دست آمده را می‌توان برای آزمون وجود فرایند غیرخطی در سری زمانی مورداستفاده قرارداد. درصورتی که یک فرایند خطی بر داده‌ها حاکم باشد، پسماندهای یادشده نباید با فرایند خودرگرسیون و هرتابعی از وقفه‌ها بستگی داشته باشد. بنابراین، می‌توان فرضیه صفر را به صورت $E(e_tG_t)=0$ تعریف کرد که درآن، e_t همان پسماندهای رگرسیون خطی y روی x و G بردار مقادیر لایه‌های میانی مدل شبکه عصبی مصنوعی هستند. لی و دیگران (Lee et al, 1991) نشان دادند که آماره Z به شرح زیر در صورت صحت فرضیه صفر دارای توزیع کای-دو با درجه آزادی q است.

$$Z = \left[T^{-\frac{1}{2}} \sum_{t=1}^{T} G_t e_t \right]' \hat{W}^{-1} \left[T^{-\frac{1}{2}} \sum_{t=1}^{T} G_t e_t \right]$$

که در آن، $\hat{W}$ برآورد کننده سازگاری از $W = \mathrm{var}\left(T^{-\frac{1}{2}} \sum_{t=1}^{T} G_t e_t \right)$ است. برای پرهیز از مشکل هم خطی بین x و عناصر G می‌توان مؤلفه‌های اصلی G را که با x همبستگی ندارند به جای G به کارگرفت. دراین حالت، آماره دیگری به شرح زیر وجوددارد که محاسبه آن ساده تر از آماره Z است.

$$TR^2 \to \chi^2(q)$$

که درآن، T تعداد کل مشاهدات و R^2 ضریب همبستگی به دست آمده از رگرسیون خطی پسماندهای (e) روی مؤلفه‌های اصلی G است که با x همبستگی ندارند. اگر، آماره بالا برای یک سری زمانی بیشتر از مقادیر بحرانی داده شده درتوزیع کای-دو باشد، دلالت براین دارد که یک فرایند غیرخطی پویا بر داده‌ها حاکم است ودرغیراین‌صورت، داده‌ها از یک فرایند خطی پیروی می‌کنند.

نکته ای که باید در این آزمون به آن توجه کرد این است که رد فرضیه صفر لزوماً به معنای وجود یک فرایند آشوبناک در داده‌ها نیست. بنابراین، اگر پژوهشگربه دنبال کشف چنین فرایندی است باید از آزمون‌های کمکی یاری جوید.

۴-۸. ملاحظاتی پیرامون روش‌های آزمون آشوب

پژوهش‌های تجربی که تاکنون با استفاده از روش‌های آزمون یادشده برای تعیین وجود آشوب در سری‌های اقتصادی انجام شده‌اند، نتایج سازگار و هماهنگی نداشته است. به عنوان مثال، نشان داده شده‌است که سری‌های زیر دارای فرایندآشوبی هستند.

برخی متغیرهای پولی (Barnett & Chen,1987)، نرخ بازدهی بازار سهام امریکا (LeBaron,1989) و (Scheinkman and LeBaron,1989)، بازارهای طلا ونقره (Frank & Stengos,1989)، توقف نیروی کار (Sayers ,1986)، اشتغال، بیکاری و تولید صنعتی (Brock & Sayer,1988)، تولید ناخالص ملی در ژاپن (Frank , Gencay & Stengos 1988)، نرخ ارز (Gecen & Erkal, 1996)، بازار سهام اسپانیا (Olmeda & Jaoquins, 1995)، حساب‌های بانکی (Tofallis, 1995) و بازارهای گاز طبیعی مایع امریکای شمالی (Serletis & Gogas, 1999).

پژوهش‌های دیگری نیز نشان داده‌اند که سری‌های زیر از یک فرایند آشوبی پیروی نمی‌کنند : تولیدناخالص ملی واقعی آمریکا،(Brock & Sayer, 1988) بیکاری درکانادا (Frank & Skengos,1988)، تولید ناخالص ملی انگلستان، ایتالیا وآلمان غربی (Frank,Gencay &Stengos,1988)، مصرف کل در آمریکا وکانادا (Moshiri,Kohzadi & Cameron, 2000) و قیمت‌های آتی نفت (Adrangi et al, 2001).

نتایج متفاوت آزمون‌ها تاحدودی به استفاده از روش‌های متفاوت با فرضیه‌های صفر متفاوت مربوط می‌شوند. به عنوان مثال، همان گونه که درقسمت قبلی توضیح داده شد، در روش آزمون BDS تصادفی بودن یک فرایند درمقابل غیرتصادفی بودن آن ارزیابی می‌شود. درنتیجه، درصورت رد شدن فرضیه موردآزمون، غیرتصادفی بودن فرایند ایجاد کننده سری و نه لزوماً آشوبناک بودن آن تأیید می‌شود. در آزمون‌های توان لیاپونوف و آنتروپی کولموگروف، نتیجه آزمون دلالت بر آشوبی بودن یا

غیر آشوبی بودن فرایند دارد. افزون بر این، مسائل ومشکلات زیر نیز در انجام آزمون‌ها و نتیجه‌گیری‌های به دست آمده از آنها باید مدنظر قرار گیرند:

۱. غالب آزمون‌های مربوط به کشف فرایند آشوبی در یک سری زمانی نیاز به داده‌های فراوان دارند. متأسفانه در اقتصاد تولید اطلاعات با فراوانی بسیار به راحتی سایر علوم تجربی و آزمایشگاهی امکان پذیر نیست. این مشکل، به ویژه درمورد متغیرهای اقتصاد کلان مانند تولید ناخالص داخلی وبیکاری که آمارهای با فراوانی‌های حداکثر فصلی دارند، نمود بیشتری دارد. بنابراین، در چنین مواردی نتیجه آزمون‌ها را باید با احتیاط بیشتری تفسیر و یاآنها را با انجام سایر آزمون‌های تکمیلی مقایسه کرد.

۲.آمارهای اقتصادی معمولا آلوده به اغتشاش (Noise) هستند. این آلودگی که ناشی از خطای اندازه گیری ویا شوک‌های برونزا است در صورتی که رفع نشود ممکن است نتایج آزمون‌ها را خدشه دار سازد.

۳. آمارهای اقتصادی معمولاً همان گونه که جمع آوری می‌شوند، منتشر نمی‌شوند. مسئولین جمع آوری و انتشار آمارها غالباً تغییراتی در آمارهای جمع آوری شده می‌دهند و یا آنها را با روش‌های خاصی پردازش می‌کنند. به‌عبارت‌دیگر، دربسیاری از موارد، آمارهای موجود اقتصادی که در مطالعات کاربردی مورد استفاده قرار می‌گیرند آمارهای غیر اصلی و پردازش شده هستند. پردازش و تغییر داده‌ها از آنجا که ممکن است الگوهای احتمالی موجود در آنها را به نحوی تحت تأثیر قراردهد، احتمالاً در نتیجه آزمون‌های آشوب مؤثرخواهد بود.

۵. نتیجه گیری

پیشرفت چشمگیر در ابزارهای محاسباتی دردهه‌های اخیر، امکان به کارگیری نظریه‌های مبتنی بروجود الگوهای غیرخطی معین یا آشوبی به ظاهر تصادفی رافراهم آورده است.در حقیقت، نظریه آشوب امکان مطالعه دقیق‌تر ویژگی‌های رفتاری بسیار پیچیده متغیرهای اقتصادی را که با ابزارهای متداول میسر نیست، فراهم می‌کند. درادبیات مرسوم اقتصاد واقتصادسنجی، برای غالب متغیرهای اقتصادی رفتاری تصادفی درنظرگرفته می‌شود. نتیجه چنین فرضی این است که تغییرات این متغیرها قابل پیش‌بینی نیستند. درحقیقت، نظریه آشوب این امکان رافراهم می‌آورد که الگو ونظم پیچیده حاکم بررفتار چنین متغیرهایی کشف واز آنها برای پیش‌بینی روند آتی در کوتاه مدت استفاده شود.

علی‌رغم توسعه روش‌های گوناگون، درادبیات اقتصاد سنجی و روش‌های محاسباتی به منظورکشف فرایند آشوبی هنوز نمی‌توان ادعا کرد که این روش‌ها به خوبی قادر به تمایز یک فرایند خطی با اختلالات تصادفی از یک فرایند غیر خطی معین (آشوب) باشند. اما، با وجود چنین کاستی در پژوهش‌های تجربی، می‌توان به طور کلی چنین نتیجه گرفت که با توجه به احتمال وجود فرایند آشوبی در سری‌های اقتصادی، اعمال روش استاندارد و متداول در اقتصاد سنجی یعنی به کارگیری مدل‌های خطی در برآورد و پیش‌بینی این سری‌ها ، ناکافی بوده و در برخی موارد می‌تواند نتایج گمراه کننده ای به دنبال داشته باشد. از لحاظ سیاست‌های تثبیت اقتصادی نیز، می‌توان نتیجه گرفت که در اعمال چنین سیاست‌هایی باید دقت بیشتری صورت گیرد. زیرا، اگر فرایند آشوبی دربرخی سری‌های اقتصاد کلان وجود داشته باشد، اعمال برخی سیاست‌های نامناسب و نابهنگام ممکن است منجر به ایجاد اغتشاش و بی‌نظمی در روند متغیرها شده و شرایط پیچیده حاکم بر آنها را به مراتب پیچیده تر و در نتیجه غیر قابل کنترل کند.

منابع

Anders, Bernd.(1989). *Chaos Theory and Market Behaviour, Technical Analysis of Stocks & Commodities.*

Adrangi, B., A. Chatrath, K. K. Dhanda, and K. Faffiee. (2001). Chaos in Oil Prices? Evidence from Future Markets. *Energy Economics*, 23, 405-425.

Baumol, J., William, and Jess Benhabib. (1989). Chaos: Significance, Mechanism, and Economic Applications. *Journal of Economic Perspective.* Vol. 3, 1, PP 77-105.

Barnett, W. and Chen, P. (1987). The Aggregation-Theoretic Monetary Aggregates are Chaotic and Have Strange Attractors, In W. Barnett, E. Bernedt and H. White (eds.), Dnymic Econometric Modelling. *Proceedings of the Third International Symposium in Economic Theory and Econometrics,* Cambridge, Cambridge, University Press.

Barnett, W., A. R. Gallant, M. Hinch, J. Jungelges,T Kaplan, and M. Jensen . (1997). A Single-Blind Controlled Competition among Tests for Nonlinearity and Chaos. *Journal of Econometrics*, 82, 157-192.

Barnett, W. and M. Hinish. (1993). Has Chaos Been Discovered with Economic Data?, *Evolutionary Economics.* Oxford University Press, 254-26.

Brock W. and C. H. Hommes. (1997). HeterogenousBelief and Routs to Chaos in A Simple Asset Pricing Model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 22, 1235-1274.

Brock, W. A., Hsieh, and Lebaron. (1992). Nonlinear Dynamics, Chaos, and Instability: Statistical Theory and Economic Evidence, The MIT Press, 2nd Printing.

Brock, W. A., Dechert, W. D. and Scheinkman, J. A. (1987). *A Test for Independence Based on the Correlation Dimension.* University of Wisconsin-Madison, Department of Economics, SSRI, No. 8702.

Brock, W. and Lima P. J. F. (1995). *Nonlinear Time Series, Complexity Theory, and Finance, Handbook of Statistics, Maddala, Rao, and Vinod eds.* Vol. 14, Elsevier Science Publisher, B.V.

Brock, W.and Potter, Simon. (1993). Nonlinear Time Series and Macroeconomics. *Handbook of Statistics, Maddala, Rao, & Vinod eds.* Vol. 11, Elsevier Science Publishers B. V.

Brock, W. A. and Sayers, C. L. (1988). Is the Business Cycle Characterized by Determistic Chaos?, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22, No. 1, PP. 71-90.

Cecen, Aydin, and Erkal Cahit. (1996). Distinguishing between Stochastic and Deterministic Behaviour in Froeign Exchange Rate Returns: Further Evidence. *Economics Letters*, 51, 3, 323-29.

Dockner E. J. and Schittenkopf. (2001). On Nonlinear Stochastic Dynamics in Economic and Financial Time Series. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 4, 3, 101-121.

Frank, M. and Stengos, T. (1989). *Nearest Neighbor Forecasts of Precious Metal Rates of Return.* University of Giuelph, Department of Economics, No. 1989-2.

Frank, M., Gencay, R. and Stengos, T. (1988). International Chaos. *European Economic Review*, Vol. 32, No. 8, PP. 1569-1584.

Grandmont, Jean-Michel. (ed.) (1986). *Journal of Economic Theory* (Symposium on Nonlinar Economic Dynamics). 40, (1), Special Issue on Chaos and Economic Theory.

Grassberger, P. and I. Procaccia. (1983). *Measuring the Strangeness of Strange Attractors, Physica.* 9D, 30-31.

Hall, Robert. (1978). Stochastic Implicatoins of the Life-Cycle-Permanent-Income Hypothesis. *Journal of Political Economy*, 971-87.

Hsieh, David A. (1991). Choas and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets. *Journal of Fiance*, 46, 1839-1877.

Kuan, C., and H. White. (1994). Artificial Neural Networks: An Economic Perspective. *Economic Review*, 13.

LeBaron B. (1997). A Fast Algorithm for the BDS Statistics. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics.* 2, 2, 9-52.

Lorenz, Hans- Walter. (1989). *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion.* Berlin: Springer-Verlag.

Moshiri, Saeed, and N. Cameron. (2000). Econometrics versus Neural Networks Models in Forecasting Inflation. *Journal of Forecasting*, 16, Feb.

Moshiri, Saeed, N. Kohzadi, and N. Cameron. (2002). Testing for Stochastic Nonlinearity in Rational Expectaions Permanent Income Hypothesis. *Iranian Economic Review*, Vol. 7.

Nishimura Kazuo, and Sorger Gerhard. (1996). Optimal Cycles and Chaos: A Survey. *Studies in Nonlinear Dnamics and Econometrics*, 1, 1, 11-28.

Nychka, D.W. S. Ellner, A.R. Gallant, and D. McCaffrey. (1992). Finding Chaos in Noisy Systems, *Journal of Royal Statistical Society*, B, 54, 399-426.

Olmeda Ignacio, and Perez Joaquin. (1995). Nonlinear Dynamics and Chaos in the Spanish Stock Market. *Investigaciones Economicas*, 19, 2, 217-48.

Rosser, Jr. J. Barkley. (1990). *From Catastrophe to Chaos: A General Theory of Economic Discontinuities*. Kluwer Academic Publishers.

Rosser, Jr. J. Barkley. (1990). Chaos Theory and the New Keynesian Economics, *The Manchester School.* LVIII. No. 3.

Sayers, C. L. (1986). Work Stoppages: *Exploring the Nonlinear Dynamics.* University of Houston, Department of Economics, mimeo.

Serletis A. and P. Gogas. (1999). The North American Natural Gas Liquids Markets are Chaotic. *The Energy Journal*, 20, 1, 83-103.

Scarth, M. William. (1996). *Macroeconomics, An Introduction to Advanced Methods.* 2nd edition, Dryden.

Scheinkman, J. A. and LeBaron, B. (1989). Nonlinear Dynamics and Stock Returns. *Journal of Business.* Vol. 62, No. 3, PP. 311-337.