فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران / سال هفتم / شماره ۲۳/ تابستان ۱۳۸۴/ صفحات ۱۶۵-۱۹۲

تحلیل بیزی مدلهای خطی تعمیم‌یافته پویا در داده‌های گسسته و مقایسهٔ آن با دو نگرش بیز معمولی و بیز تجربی با کاربردی در وضعیت بیکاری کشور

دکتر فرزاد اسکندری*
سیما نقی‌زاده اردبیلی**

تاریخ ارسال: ۱۳۸۳/۹/۱۷ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۴/۱/۲۸

چکیده

هدف از ارائه این مقاله معرفی مدلهای پویای تعمیم‌یافته بیزی برای داده‌های گسسته است. تحلیل داده‌ها در حالت خطی و غیرپویا سالهاست که از سوی آمارشناسان مختلف برای بررسی اثرپذیری یک یا چند عامل کمکی بر روی متغیر پاسخ، مورد نقد و بررسی قرار گرفته است. از سالهای ۱۹۷۰ به بعد برای وقتی که متغیر پاسخ (y_t) و پارامتر (β_t) به صورت گسترده در زمان در حال تغییر باشند، مدلهای پویا برای حالتهای سادهٔ خطی و یک پارامتری مورد ارزیابی قرار گرفته است. در سالهای اخیر نیز برای حالت خطی تعمیم‌یافتهٔ (غیرخطی) یک پارامتری نیز مدلهایی ارائه گردید. اما برای حالت خطی تعمیم‌یافته و چند پارامتری و آن هم برای وقتی که متغیر پاسخ از نوع گسسته باشد، موضوعی است که قرار است در این مقاله به آن پرداخته شود. پس از ارائه مبانی نظری ساخته شده در این مقاله، به‌عنوان کاربردی از آن، مسئله بیکاری در کشور و عواملی که به‌صورت پویا بر روی پارامترهای متغیر پاسخ تأثیرگذار است، مورد نقد و بررسی قرار می‌گیرد و سرانجام، بین این روش و روشهای دیگر مدل‌سازی بیزی، مقایسه‌ای علمی انجام خواهد گرفت.

واژگان کلیدی: مدل پویا، توزیعهای چند پارامتری نمایی، صافی کالمن، وارون تعمیم‌یافته، فاکتور بیز.

---

* استادیار دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی
e-mail: f-eskandari@cc.sbu.ac.ir
** هیئت علمی سازمان سنجش، آموزش کشور، دانشجوی دکتری آمار دانشگاه تربیت مدرس

مقدمه

امروزه دانشمندان از آمار به عنوان یـک روش علمـی در سـطح بـسیار وسـیعی اسـتفاده مـی‌کننـد. بـا به‌کارگیری روشهای مختلف آماری پژوهشگران سعی می‌کنند استنتاجهای اسـتقرایی نظریـه‌شـان را در مورد نتایج علمی به صورت دقیق بیان کنند. همین امر باعث می‌شود تـا آمارشناسـان در تـلاش باشـند تئوریهای آماری خود را با دقتی هر چه کامل‌تر عرضه نمایند. با توجه به متفاوت بودن علوم مختلف بـه طور طبیعی نوع به‌کارگیری روشهای مختلف آماری نیز با یکدیگر تفاوت می‌کند.

یکی از مسائل مهمی که معمولاً برای کارشناسان دارای اهمیت است، مسئلهٔ پیش‌بینی وضـع آینـدهٔ سیستم یا فرایندهایی است که با زمان در حال تغییرنـد. در آمـار یکـی از روشـهایی کـه مـی‌توانـد بـه پرسشهایی دربارهٔ این فرایندها پاسخ دهد سریهای زمانی است، کـه عمـدتاً از سـوی بـاکس و جنکیـز[۱] (۱۹۷۲) به صورت کلاسیک صورت‌بندی شده است. زلنر[۲] (۱۹۷۵) با به‌کار بستن قضیهٔ معـروف بیـز در سریهای زمانی سعی کرده است مسئلهٔ پیش‌بینی را به طریقهٔ بیزی نیز حل کند. اما در هـر دو دیـدگاه فرض اساسی، عدم تغییر پارامترهای سیستم نسبت به زمان است.

با توجه به اینکه مین هولد و سینگپوروالا[۳] (۱۹۸۳) با استفاده از ایدهٔ صافی کالمن[۴] (۱۹۶۰)، کـه در آن فرض شده است پارامترهای سیستم نسبت به زمان در حال تغییرند، مسئلهٔ اخیر را به صورت بیزی، برای حالتی که جامعه‌های آماری گـسترده در زمـان، دارای توزیـع نرمـال هـستند، مطالعـه کردنـد. در سالهای اخیر پل، وست و هریسون[۵] (۱۹۸۹) تحلیل بیزی مسئلهٔ صافی کالمن را به صورت وسیعی مورد مطالعه قرار دادند و نظریهٔ متمایز مدلهای پویای بیزی را عرضه نموده‌اند. مطالعـه ایـن افـراد بیـشتر در حالت خطی و در مواردی خاص در حالت غیرخطی و با توزیعی غیر از نرمال مـورد نقـد و بررسـی قـرار گرفت. یکی از مشکلاتی که پیش روی این افراد قرار داشت پیچیدگی کار و انجام محاسبات سـنگین در به دست آوردن برآوردکننده‌های مناسب با دقت بالا برای تخمین پارامترهای مورد مطالعه در مدل بوده است. اما امروزه این مشکل تا حد بسیار زیادی رفع شده اسـت؛ ولـی بـه دلیـل بـه وجـود آمـدن تنـوع موضوعهای مورد مطالعه، افراد مورد نظر در عین حالی که مسئله را در حالت غیرخطی مورد بررسی قرار داده‌اند اما آن‌را گسترش نداده‌اند. در واقع، وست و هریسون[۶] (۱۹۹۷) مسئله را در خـانواده نمـایی تـک پارامتری مورد توجه قرار داده و آن‌را به شکل منظم فرمول‌بندی نموده‌اند. در این مقاله قـصد داریـم تـا تعمیمی بر روشهای فوق برای توزیعهای چند پارامتری گسسته ارائه دهیم. ایـن مقالـه شـامل ۳ بخـش است. در بخش اول سعی کرده‌ایم مدلهای پویا را معرفی و سپس، بـرای خـانواده نمـایی یـک متغیـری

1. Box and Jenkinz (1972).
2. Zellner (1975).
3. Minhold and Singpurwalla (1983).
4. Kalman (1960).
5. Pole and West and Harrison (1989).
6. West and Herisone (1997).

تئوریهای آن‌را بیان نماییم. در بخش دوم، تئوری مدلهای پویای تعمیم‌یافته در حالت چند پارامتری مورد نقد و بررسی قرار گرفته است. همچنین، نظریهٔ فوق بر مبنای توزیع چندجمله‌ای که عضو این خانواده است مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش سوم در یک مسئلهٔ کاربردی به موضوع به‌هنگام کردن پارامترهای یک سیستم با استفاده از روشهای مختلف بیزی در جداول چند بُعدی گسسته پرداخته شده است. در این‌باره مسئلهٔ بیکاری جمعیت ۱۰ سال و بیشتر که تحت عوامل کمکی جنسیت و محل سکونت است، را در مناطق مختلف مورد ارزیابی قرار داده‌ایم. سپس در پایان، مقایسه‌ای بین روشهای ارائه شده در این بخش انجام خواهد شد.

۱. مدلهای خطی پویا

فرض کنید که در مکانیزمی خاص متغیر پاسخی مانند Y وجود دارد که به نوعی به یک متغیر ورودی به این سیستم مانند X مربوط می‌شود و ارتباطی که بین Y و X وجود دارد به صورت زیر بیان شده است:

$$Y = X\theta + \delta \qquad (۱)$$

در رابطهٔ (۱)، θ بردار پارامتر نامشخص و δ خطای موجود در سیستم است. همچنین، برای این سیستم فرض کنید شخصی که چنین ارتباطی را بررسی می‌کند بر این باور باشد که پارامتر نامشخص θ، دارای تغییراتی تصادفی است که از یک قانون توزیع آماری تبعیت می‌کند. ما این قانون را $P(\theta)$ می‌نامیم. در واقع، می‌توان چنین گفت: مجموعه‌ای از مدلهای از نوع (۱) داریم که نسبت به مقادیر مختلف θ به‌دست آمده‌اند.

اصولاً طبیعت پویای فرایندها و سیستمهای مختلف طلب می‌کند که به‌طور دقیق نتوانیم در زمان خاص، مدل اصلی را تشخیص دهیم و این مطلب باعث می‌شود، احساس کنیم ساختار θ به کُندی نسبت به زمان در حال تغییر است. در واقع، می‌توان گفت مدل (۱) نسبت به زمان در حال تغییر است، در نتیجه، ما به جای اینکه یک مدل داشته باشیم، دنباله‌ای از مدلهای منظم را خواهیم داشت. همچنین باید به این نکته اشاره کرد، هر کدام از اعضای این دنباله با توزیع احتمالی همراه است. به طور کلی به این مجموعه مدلهای به‌دست آمده که نسبت به زمان در حال تغییرند «مدلهای پویا» می‌گویند. برای سادگی، این مجموعه را با M و توزیع احتمال به‌وجود آمدهٔ هر کدام از اعضای این مجموعه را با $P(Y|M)$ نشان می‌دهیم. پس، توزیع پیش‌بین بردار Y عبارت‌است از:

$$P(Y) = \int_{M\in\mu} P(Y|M)\,dp(M) \qquad (۲)$$

هدف اصلی که در این‌گونه مدلها دنبال می‌کنیم، پیش‌بینی وضعیت مدل برای زمانهای آینده است، ولی اصولاً در یک مسئلهٔ پیش‌بینی احتیاج به شرایط اولیه‌ای داریم که ما این شرایط اولیه را با D_0 نمایش

می‌دهیم. در واقع، D_{0} شامل کلیه اطلاعاتی است که می‌خواهیم آنها را آغازگر بررسی تغییرات یک سیستم قرار دهیم. بر اساس D_{0} می‌توان توزیع پیش‌بین اولیه را مشخص کرد، ما این توزیع را براساس اطلاعات D_{0} با $P(Y_1|D_{0})$ نمایش می‌دهیم. در زمان دلخواه $(t-1)$، کلیهٔ اطلاعات موجود تا زمان $(t-1)$ را با D_{t-1} نمایش می‌دهیم. به طور طبیعی توزیع پیش‌بین در زمان $(t-1)$ به صورت $P(Y_t|D_{t-1})$ است. در بخشهای بعد برای تعیین پیش‌بینی وضعیت مدل در زمانهای آینده از طریق توزیع پیش‌بین استفاده می‌نماییم. برای این منظور ابتدا مدلهای خطی پویای تعمیم‌یافته را بررسی می‌کنیم.

۱-۱. مدلهای خطی پویای تعمیم‌یافته یک متغیری در خانواده نمایی

اصولاً مدلهای خطی به‌صورت تعمیم‌یافته با سه مؤلفهٔ زیر معرفی می‌شوند:

مؤلفه تصادفی[1]) توزیع احتمالی متغیر پاسخ را مشخص می‌کند.

مؤلفه سیستم[2]) یک تابع خطی از متغیرهای توضیحی است و برای q متغیر توضیحی ماتریس مقادیر آنها عبارت است از:

$$X_i' = (1, x_{i1}, \ldots, x_{iq}) \quad \text{و} \quad X' = (X_1, X_2, \ldots, X_K) \qquad (۳)$$

تابع پیوند[3]) ارتباط بین مؤلفهٔ سیستم و متغیر توضیحی را بیان می‌کند. برای مشاهدهٔ Y_i تابع چگالی عبارت است از:

$$f(y_i;\theta_i) = a(\theta_i)b(y_i)\exp[y_i Q(\theta_i)] \qquad (۴)$$

مقدار متغیر θ_i در معادلهٔ (۴) به مقادیر متغیرهای توضیحی بستگی دارد. $Q(\theta)$ پارامتر طبیعی توزیع[4] نامیده می‌شود و به عنوان پیوند بین توزیع متغیر پاسخ ومتغیرهای توضیحی از آن استفاده می‌شود. اما چنانچه متغیرهای ما نسبت به زمان یا مکان در حال تغییر باشند، فرض استقلال مشاهدات از بین می‌رود. در این صورت، برای تحلیل چنین سیستمی از مدلهای خطی پویای تعمیم‌یافته استفاده می‌شود. اساس این نظریه بر این فرض است که در زمان دلخواه t فرایند تحت مطالعه با پارامترهای θ_t و اطلاعات گذشته $D_t = \{Y_t, D_{t-1}\}$ تصویر می‌شود. اما در حالت کلی مدلهای خطی تعمیم‌یافتهٔ پویا در خانواده نمایی برای حالت یک‌پارامتری عبارتست از:

$$p(Y_t \mid \eta_t, V_t) = \exp\left\{V_t^{-1}[Y_t\eta_t - a(\eta_t)]\right\} b(Y_t, V_t) \qquad (۵)$$

---

1. Random Component.
2. System Component.
3. Link Function.
4. Natural Parameter Distribution.

به‌طوری که در آن، η_t پارامتر طبیعی توزیع و کمیّتی پیوسته اسـت. $V_t > 0$ پـارامتر معلـوم مقیـاس توزیع است. در رابطهٔ (۵)، $a(\eta_t)$ تابعی مشتق‌پذیر است و بر اساس آن، می‌توان میـانگین و واریـانس توزیع را به‌دست آورد.

برای آنکه با نگرش بیز استنباط راجع به پارامترها انجام شود، پل[1] و دیگران (۱۹۸۹)، توزیع پیشین مزدوج برای پارامترهای مدل (۵) را به‌صورت زیر در نظر گرفته‌اند:

$$p(\eta_t \mid D_{t-1}) = c(r_t, s_t)\exp[r_t\eta_t - s_t a(\eta_t)] \qquad (۶)$$

با توجه به رابطهٔ (۵) و (۶) و قضیهٔ معروف بیز، پس از مشاهدهٔ Y_t، و با توجه به اینکه $\int_{\eta_t} p(\eta_t \mid D_t)\,d\eta_t = 1$ است، پل و دیگران (۱۹۸۹) نشان دادند که توزیع پیش‌بین و توزیع پـسین عبارتست از:

$$P(Y_t \mid D_{t-1}) = \frac{c(r_t, s_t)\, b(Y_t, V_t)}{c(r_t + V_t^{-1}Y_t, s_t + V_t^{-1})} \qquad (۷)$$

و

$$p(\eta_t \mid D_t) = c(r_t + V_t^{-1}Y_t, s_t + V_t^{-1})\exp\left[(r_t + V_t^{-1}Y_t)\eta_t - (s_t + V_t^{-1})a(\eta_t)\right] \qquad (۸)$$

اکنون فرض کنید q متغیر کمکی بر روی متغیر پاسخ Y_t اثرگذار باشد و ارتباط میان عوامل کمکـی و پارامتر η_t از طریق تابع $g(\eta_t)$ به‌صورت زیر تعریف شود:

$$\lambda_t = g(\eta_t) = f_0 + f_{1t}\theta_{1t} + \ldots + f_{qt}\theta_{qt} = F_t'\theta_t \qquad (۹)$$

و از آنجا که در طی زمان تغییرات θ_t نیز در نظر گرفتـه شـده اسـت، پـل و دیگـران (۱۹۸۹) میـزان اثرگذاری تغییرات زمانهای قبل بر روی θ_t را به طریق زیر نمایش دادند:

$$\theta_t = G_t\theta_{t-1} + W_t \qquad (۱۰)$$

در رابطهٔ (۹)، $g(\eta_t)$ تابعی یکنوا، پیوسته و معلـوم فـرض مـی‌شـود و در رابطـهٔ (۱۰)، G_t مـاتریس تغییرات θ، و W_t بـردار خطـای تغییـرات θ اسـت. در روابـط (۹) و (۱۰) بردارهـای F_t، θ_t، هـر دو $(q+1)$بعدی و G_t یک ماتریس $(q+1)\times(q+1)$ بعدی معلوم است.

در این مطالعه، هدف تعیین توزیع پسین θ_t پس از مشاهدهٔ Y_t است، که در بسیاری از موارد امکـان پذیر نیست لذا، مطالعهٔ خود را به تعیین گشتاورهای اول و دوم توزیع مشاهدات محدود می‌کنیم. بـرای حصول به این منظور با توجه بـه توزیـع مـشاهدات و روابـط (۹) و (۱۰) از طریـق گامهـای زیـر عمـل می‌کنیم:

1. Pole (1989).

گام اول: تعیین توزیع λ_t

ابتدا توزیع پیشین $\lambda_t = F_t'\theta_t$ را به‌دست می‌آوریم. در این رابطه توزیع پیشین دو متغیـره (θ_t, λ_t) عبارتست از:

$$\begin{pmatrix} \lambda_t \\ \theta_t \end{pmatrix} | D_{t-1} \Bigg) \sim \left\{ \begin{pmatrix} f_t \\ a_t \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} q_t & F_t'R_t \\ R_tF_t & R_t \end{pmatrix} \right\} \qquad (۱۱)$$

به‌طوری که در آن، $f_t = E[\lambda_t | D_{t-1}] = F_t'a_t$ ، $q_t = V(\lambda_t | D_{t-1}) = F_t'R_tF_t$ و

$Cov(\lambda_t, \theta_t | D_{t-1}) = F_t'V(\theta_t | D_{t-1}) = F_t'R_t$ است.

همان‌طور که دیده می‌شود، مقادیر f_t و q_t، یعنی گشتاورهای اول و دوم توزیع λ_t معلوم است. لـذا، مطالعه‌ای که در ادامه آورده می‌شود بر مبنای گـشتاورهای اول و دوم λ_t اسـت و ضـرورتی نـدارد کـه دقیقاً توزیع λ_t را به‌دست آوریم.

گام دوم: **تعیین مقادیر پارامترهای اولیه**

با توجه به اینکه توزیع پیشین $\eta_t = g^{-1}(\lambda_t)$ در رابطهٔ (۶) داده شده است، پس به سادگی می‌تـوان $E[g(\eta_t)| D_{t-1}]$ و $V[g(\eta_t)| D_{t-1}]$ را به‌دست آورد. واضح است این مقـادیر بـه پارامترهـای اولیه توزیع یعنی به مقادیر s_t و r_t وابـسته اسـت. چنانچـه از رابطـهٔ (۱۱) اسـتفاده شـود مـی‌تـوانیم بنویسیم:

$$V[g(\eta_t)| D_{t-1}] = q_t \text{ و } E[g(\eta_t)| D_{t-1}] = f_t \qquad (۱۲)$$

و در نتیجه، از تساویهای فوق می‌توانیم r_t و s_t را به‌دست آوریم. باید توجـه نمـود کـه اگـر r_t و s_t به‌دست آیند، در واقع توزیعهای پیشین و پیش‌بین (۶) و (۷) قابل محاسـبه اسـت و در نتیجـه، ایـن دو توزیع تبدیل به توزیعهای بدون پارامتر مجهول است، که این مطلب تأثیر بسزایی در معلوم‌بـودن توزیـع پسین ارائه شده در رابطهٔ (۸) خواهد داشت. برای هر توزیع آماری باید از میانگین و واریانس آن توزیـع در حل معادلات (۱۲) استفاده نمود و در اینجا به‌صورت نظری فقـط مـی‌تـوان معـادلات (۱۲) را بیـان نمود؛ اما در کاربرد از آن استفاده خواهیم کرد.

گام سوم: **به هنگام کردن** η_t

پس از حل معادلات (۱۲) و جایگزینی مقادیر r_t و s_t در معادلهٔ (۸)، اکنون می‌توان گشتاورهای اول و دوم توزیع پسین $g(\eta_t)$ را پس از دیدن مشاهدهٔ Y_t به‌دست آورد. این عبارات را با f_t^* و q_t^* نمایش می‌دهیم به‌طوری‌که می‌نویسیم:

$$q_t^* = V[g(\eta_t)| D_t] \qquad f_t^* = E[g(\eta_t)| D_t] \qquad (۱۳)$$

وست و هریسون (۱۹۹۷) مسئلهٔ فوق را برای توزیعهای طبیعی، دو جمله‌ای و پواسون مورد بررسی قرار دادند که این سه توزیع به‌صورت نمایی یک متغیری است.

گام چهارم: **تعیین توزیع شرطی** $(\theta_t | \lambda_t, D_{t-1})$

همان‌طور که می‌دانیم، هدف تعیین توزیع آماری $(\theta_t | D_t)$ است که برای رسیدن به آن ابتدا باید توزیع $(\theta_t | \lambda_t, D_{t-1})$ را به‌دست آورد. برای به‌دست آوردن توزیع شرطی $(\theta_t | \lambda_t, D_{t-1})$ وست پل و دیگران (۱۹۸۹) نشان دادند که تناسب زیر برقرار است:

$$p(\lambda_t, \theta_t | D_t) \propto p(\theta_t | \lambda_t, D_{t-1})\, p(\lambda_t, D_t)$$

توزیعهای آماری θ_{t-1} و Y_t به شرط λ_t و D_{t-1}، مستقل از یکدیگر است، بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$p(\theta_t | D_t) = \int p(\theta_t | \lambda_t, D_{t-1})\, p(\lambda_t | D_t)\, d\lambda_t \qquad (۱۴)$$

پس از حل انتگرال (۱۴) هرگونه استنباطی را می‌توان درمورد θ_t پس از دیدن مشاهدات D_t انجام داد. اما گاهی اوقات به دلیل پیچیدگی روابط، حل انتگرال (۱۴) امکان‌پذیر نیست. در این حالت می‌توان مطالعهٔ خود را بر روی گشتاورهای اول و دوم $(\theta_t | D_t)$ متمرکز کرد. برای این منظور یکی از راه‌های معتبر استفاده از برآوردگرهای خطی بیزی است که براساس نظریه وست و هریسون (۱۹۹۷) این برآوردگرها، عبارتند از:

$$\widehat{E}[\theta_t | \lambda_t, D_{t-1}] = a_t + \frac{1}{q_t} R_t F_t (\lambda_t - f_t)$$

و

$$\widehat{V}[\theta_t | \lambda_t, D_{t-1}] = R_t - \frac{1}{q_t} R_t F_t F_t' R_t$$

میانگین و واریانس توزیع $(\theta_t | D_t)$ براساس نظریهٔ وست و هریسون (۱۹۹۷) عبارت خواهد شد با:

$$m_t = E[\theta_t | D_t] = E\left[E\{\theta_t | \lambda_t, D_{t-1}\} | D_t\right] = a_t + \frac{1}{q_t} R_t F_t \left(f_t^* - f_t\right) \qquad (۱۵)$$

و

$$G_t = V[\theta_t|D_t] = V\left[E\{\theta_t|\lambda_t, D_{t-1}\}|D_t\right] + E\left[V\{\theta_t|\lambda_t, D_{t-1}\}|D_t\right]$$
$$= R_t - \frac{1}{q_t} R_t F_t F_t' R_t (1 - \frac{q_t^*}{q_t}) \qquad (۱۶)$$

و با جای‌گذاری f_t^* و q_t^* از رابطهٔ (۱۳) عملیات به‌هنگـام کـردن تکمیـل مـی‌شـود. مطالعـهٔ وسـت و هریسون (۱۹۹۷) در حالت یک متغیری انجام پذیرفت و اکنون می‌خواهیم این‌گونه مدلها را برای حالت چند پارامتری مورد بررسی قرار دهیم. نکتهٔ قابل توجه ایـن‌اسـت کـه ایـن مطالعـه از آن جهـت دارای اهمیت است که بسیاری از مسائلی که در کاربرد مطالعه می‌شوند، از یک ساختار گسسته و آن‌هم چنـد پارامتری تبعیت می‌کنند که به دلیل روش نمونه‌گیری اتخاذ شده، یک وابستگی زمانی بـین متغیرهـا و پارامترها وجود دارد، اما برای سادگی کار این وابستگی در نظر گرفته نمی‌شود. در بخش بعد سعی بر آن است تا با در نظر گرفتن این وابستگی مدل‌بندی آماری انجام پذیرد.

۲. مدلهای پویای تعمیم‌یافته برای حالت چند پارامتری

اکنون، مدلهای تعمیم یافتهٔ پویا را برای خانواده نمایی k پارامتری بررسی می‌کنیم.

فرض کنید Y، یک بردار k بعدی از توزیع چندپارامتری به صورت زیر باشد:

$$p(Y;\eta,V) = b(Y,V)\exp\left\{V^{-1}\left[\sum_{i=1}^{k}\eta_i T_i(Y) - A(\eta)\right]\right\} \qquad (۱۷)$$

همچنین، فرض کنیم $X_i = (1, x_{i1}, \dots, x_{iq})'$ ، q متغیر کمکی اندازه است کـه بـر روی Y تأثیرگـذار است و ارتباط بین آنها را به‌صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\eta_i = \sum_{j=\circ}^{q} \beta_j x_{ij} \quad i = 1, \dots, k \qquad (۱۸)$$

اگر بخواهیم رابطهٔ (۱۸) را به‌صورت ماتریسی بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_1 \\ . \\ . \\ . \\ \eta_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & . & . & x_{1q} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ 1 & x_{k1} & . & . & x_{kq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_\circ \\ . \\ . \\ . \\ \beta_q \end{pmatrix} = X\beta \qquad (۱۹)$$

و به عنوان برآوردی از مدل ۱۹ می‌توان نوشت:

$$\hat{\eta} = X\beta + e \qquad (۲۰)$$

که در آن، $e = (e_1,...,e_k)'$ ، $E(e) = 0$ و $V(e) = W$ است.

اگر مسئلهٔ زمان را وارد معادله کنیم و نیز فرض کنیم پارامترهای مدل یعنی بردار β در طی زمان بـه یکدیگر وابسته هستند در آن صورت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \hat{\eta} = X_t\beta_t + e_t & e_t \sim [\,0, W_t\,] \\ \beta_t = G_t\beta_{t-1} + \varepsilon_t & \varepsilon_t \sim [\,0, U_t\,] \end{cases} \qquad (۲۱)$$

اکنون مطابق آنچه که در بخش قبل گفته شد ، پس از دیدن مشاهدهٔ Y_t و بـه‌دسـت آوردن اطلاعـات $D_t = \{Y_t, D_{t-1}\}$ می‌توان اقدام به تعیین توزیع بردار β_t نمود. در این باره ابتدا توزیع پیـشین η_t را به‌دست می‌آوریم و خواهیم داشت:

$$p(\eta_t|D_{t-1}) = c[r_1^t,...,r_k^t,s^t]\exp\left\{\sum_{i=1}^{k} r_i^t\eta_i^t - s^t A(\eta_t)\right\} \qquad (۲۲)$$

و بر اساس آنچه که برای توزیعهای یک پارامتری گفته شد، توزیع پیش‌بین $(Y_t|D_{t-1})$ و توزیع پسین $(\eta_t|D_t)$ عبارتند از:

$$P(Y_t|D_{t-1}) = \frac{b(Y_t,V_t)c[r_1^t,...,r_k^t,s]}{c[r_1^t + V_t^{-1}Y_1^t,...,r_k^t + V_t^{-1}Y_k^t + V_t^{-1}]} \qquad (۲۳)$$

$$p(\eta_t|D_t) = c[r_1^t + V_t^{-1}Y_1^t,...,r_k^t + V_t^{-1}Y_k^t, s^t + V_t^{-1}]\exp\left\{\sum_{i=1}^{k}[r_i^t Y_i^t]\eta_i^t - [s^t + V_t^{-1}]A(\eta_t)\right\} \qquad (۲۴)$$

پس از تعیین $p(\eta_t|D_t)$ اکنون می‌توان گشتاورهای اول و دوم $(\beta_t|D_t)$ را به‌دست آورد:

تعیین توزیع پیشین و پسین برای β_t

ابتدا، فرض می‌کنیم توزیع اولیه β_0، دارای میانگین m_0 و واریانس C_0 باشد، پس:

$$(\beta_0|D_0) \sim [m_0, C_0]$$

و برای زمان دلخواه $t-1$ داشته باشیم:

$$(\beta_{t-1} \,|\, D_{t-1}) \sim [m_{t-1}, C_{t-1}]$$

در نتیجه بر اساس رابطهٔ (۲۳) می‌توان نوشت:

$$\left(\beta_t \mid D_{t-1}\right) \sim \left[a_t, R_t\right]$$

که درآن، $a_t = G_t m_{t-1}$ و $R_t = G_t C_{t-1} G_t'$ است. پس توزیع توأم $\eta_t = X_t B_t$ و β_t عبارت خواهد شد با:

$$\left[\begin{pmatrix} X_t \beta_t \\ \beta_t \end{pmatrix} \mid D_{t-1}\right] \sim \left[\begin{pmatrix} f_t \\ a_t \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} q_t & s_t \\ s_t' & R_t \end{pmatrix}\right] \qquad (۲۵)$$

همان‌طور که دیده می‌شود، توزیع توأم (۲۵) مانند بخش قبل تکرار شده‌است، با این تفاوت که مطالب ارائه‌شده در این بخش برای حالت چند پارامتری است. با الگوگرفتن از معادلهٔ (۱۲) و با نوشتن یک برنامهٔ کامپیوتری در محیط نرم‌افزاری Splus می‌توان مقادیر پارامترهای اولیه $(r_1^t, \ldots, r_k^t, s^t)$ را به‌دست آورد. که پس از تعیین آنها، توزیع پیش‌بین و پسین ارائه شده در رابطهٔ (۲۳) و (۲۴) به‌طور دقیق تعیین گردیده و در نتیجه، گشتاورهای اول و دوم توزیع یعنی

و q_t^* قابل محاسبه بوده که براساس آن می‌توان گشتاورهای اول و دوم توزیع $(\beta_t | D_t)$ یعنی m_t و c_t را به‌دست آورد. در این باره اگر از قضیهٔ برآوردگرهای خطی بیزی ارائه شده در گام چهارم بخش قبل استفاده شود، در آن صورت، بردار میانگین m_t و ماتریس واریانس کوواریانس c_t برابر است با:

$$m_t = a_t + s_t q_t^{-1}\left(g_t - f_t^*\right) \text{ و } C_t = R_t - s_t s_t' q_t^{-1}(1 - q_t^* q_t)$$

بعد از ارائهٔ مبانی نظری تئوری فوق اکنون این نگرش را برای یکی از تئوریهای بسیار مهم و اساسی که در کاربرد برای وقتی‌که متغیر پاسخ گسسته بوده و دارای k پارامتر است به‌کار می‌بریم. سپس، بعد از آن به حل یک مسئله کاربردی به این نگرش پرداخته می‌شود.

مثال : فرض کنیم $y_1, \ldots y_k$ ، k مشاهده از توزیع چندجمله‌ای به‌صورت زیر باشد:

$$f\left(Y_t; p_t\right) = \frac{N_t!}{\prod_{i=1}^{k} y_{ti}} \exp\left\{ N\left[\sum_{i=1}^{k} \frac{y_{ti}}{N_t} \log \frac{p_i^t}{p_k^t} - \log \sum_{i=1}^{k} e^{\log \frac{p_i^t}{p_k^t}}\right]\right\}$$

و فرض کنیم $x_1, \ldots, x_q$ ، q متغیر کمکی اندازه‌پذیر است که بر روی متغیر پاسخ تأثیرگذار است و آن را به‌صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$g\left(\eta_i^t\right) = \sum_{j=1}^{q} \beta_j x_{ij} \quad \text{و} \quad i = 1, \ldots, k \qquad (۲۶)$$

که در آن، $\beta_j \, , \, j=1,\dots,q$ ضرایب تأثیر عوامل کمکی هستند و $\eta_i = \log \frac{p_i}{p_k}$، رابطهٔ (۲۶) بر اساس پارامترهای طبیعی توزیع چندجمله‌ای نوشته شده است. چنانچه از برآورد آنها استفاده کنیم، خواهیم داشت:

$$\eta_i^t = \sum_{j=1}^{q} \beta_j^t X_{ij} + e_{it} \qquad i=1,2,\dots,k \tag{۲۷}$$

چنانچه برای تمامی وضعیتهای $i=1,2,\dots,k$ معادلات (۲۷) را در یک بردار بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\eta_t = X\beta_t + e_t \quad e_t \sim [0, W_t] \tag{۲۸}$$

به طوریکه $X = (X_1,\dots,X_k)'$ ، $X_i = (x_{i1},\dots,x_{iq})'$ و $\beta = (\beta_1,\dots,\beta_q)'$ و $e = (e_1,\cdots,e_k)$.

اکنون باید مطابق نتایج به‌دست آمده در این بخش عمل نمود. برای این منظور ابتدا باید توزیع پیشین را به‌دست آوریم، پس داریم:

- **تعیین توزیع پیشین و پسین برای η_t**

با توجه به توزیع مشاهدات که چندجمله‌ای است، توزیع پیشین p^t را یک توزیع دیریکله در نظر می‌گیریم:

$$f(P_t | D_{t-1}) = \frac{\Gamma\left[\sum_{i=1}^{k} \alpha_i^t\right]}{\prod_{i=1}^{k} \Gamma(\alpha_i^t)} \prod_{i=1}^{k} P_{ti}^{\alpha_i^t - 1} \qquad \circ < P_i < 1$$

یا اگر بخواهیم آن‌را به صورت توزیع پیشین مزدوج ارائه شده در معادلهٔ (۲۲) بنویسیم خواهیم داشت:

$$f(\eta^t | D_{t-1}) = \frac{\Gamma\left[\sum_{i=1}^{k} a_i^t\right]}{\prod_{i=1}^{k} \Gamma(a_i^t)} \exp\left\{\sum_{i=1}^{k} (a_i^t - 1)\left(\eta_i^t - \log \sum_{i=1}^{k} e^{\eta_i^t}\right)\right\} | J | \tag{۲۹}$$

می‌توان نشان داد ژاکوبین تبدیل $|J|$ برابر است با :

$$|J| = e^{\sum_{l=1}^{k-1} \eta_l^t} \left(\sum_{l=1}^{k} e^{\eta_l^t}\right)^{k-3}$$

به این ترتیب توزیع (۲۹) تبدیل می‌شود به:

$$f(\eta_t \mid D_{t-1}) = \frac{\Gamma\left[\sum_{i=1}^{k} \alpha_i^t\right]}{\prod_{i=1}^{k} \Gamma(\alpha_i^t)} \exp\left\{ \sum_{i=1}^{k} \alpha_i^t \eta_i^t - \left[\sum_{i=1}^{k} \alpha_i^t\right] \log \sum_{i=1}^{k} e^{\eta_i^t} \right\} \quad i = 1,2,\dots,k-1$$

که در آن ، $\eta_k^t = ۰$ است. با توجه به اینکه توزیع پسین متناسب است با :

$$f(\eta_t \mid D_t) \propto f(Y_t \mid \eta_t) \cdot f(\eta_t \mid D_{t-1})$$

در نتیجه، توزیع پسین $(\eta^t | D_t)$ عبارت خواهد شد با:

$$f(\eta^t \mid D_t) = \frac{\Gamma\left[\sum_{i=1}^{k} a_i^t + N\right]}{\prod_{i=1}^{k} \Gamma(a_i^t + y_i^t)} \exp\left\{ \sum_{i=1}^{k} (a_i^t + y_i^t) \eta_i^t - \left[\sum_{i=1}^{k} a_i^t + N\right] \log \sum_{i=1}^{k} e^{\eta_i^t} \right\} \quad (۳۰)$$

چون تعیین توزیع پیشین و پسین برای β_t، به‌طور مستقیم قابل محاسبه نیست، فقط گشتاورهای اول و دوم آن‌را به‌دست می‌آوریم. گشتاورهای اول و دوم توزیع پیشین آن به ترتیب a_t و R_t است پس می‌توان نوشت: $(\beta_t \mid D_{t-1}) \sim [a_t, R_t]$ که در آن، $a_t = G_t m_{t-1}$ و $R_t = G_t C_{t-1} G_t'$ است. بنابراین، برای هر تابعی از β_t از جمله $X\beta_t$ نیز می‌توان گشتاورهای اول و دوم آن را یافت که در نتیجه، بردار میانگین و ماتریس واریانس کواریانس $X\beta_t$ قابل‌محاسبه است و برحسب معادلهٔ (۲۸) داریم:

$$E(\eta_t | D_{t-1}) = E[X\beta_t | D_{t-1}] = Xa_t \quad (۳۱)$$

$$Var(\eta_t | D_{t-1}) = Var[X\beta_t | D_{t-1}] = XR_t X' \quad (۳۲)$$

اما برای آنکه بتوانیم پارامترهای اولیه $(\alpha_1,\dots,\alpha_k)$ را به‌دست آوریم، از رابطهٔ (۲۹) نیز $E(\eta_t | D_{t-1})$ و $Var(\eta_t | D_{t-1})$ را به‌دست می‌آوریم و آنها را مساوی با معادلات (۳۱) و (۳۲) قرار می‌دهیم که در نتیجه از حل این معادلات می‌توانیم $(\alpha_1,\dots,\alpha_k)$ را به‌دست آوریم. واضح است چنانچه $(\alpha_1,\dots,\alpha_k)$ تعیین شود در آن صورت، توزیع پیش‌بین و پسین به‌دست خواهد آمد. از معادلهٔ (۲۹) می‌توان بردار میانگین و ماتریس واریانس کواریانس توزیع پیشین $(\eta_t | D_{t-1})$ را به‌دست آورد و آنها را با f_t و q_t

نمایش داد. اگر تعریف کنیم $\gamma(X)=\dfrac{\Gamma'(X)}{\Gamma(X)}$ که در آن صورت، عنصر iام بـردار f_t و مـاتریس q_t عبارت خواهد شد با

$$f_i = E\left[g\left(\eta_i^t\right)D_{t-1}\right] \approx \log N_t + \gamma\left(\alpha_i^t\right) - \gamma\left[\sum_{i=1}^{k}\alpha_i^t\right] \quad \text{و} \quad i=1,2,\ldots,k \qquad (۳۳)$$

$$q_t = Var\left[\eta_i^t \mid D_{t-1}\right] = \begin{bmatrix} \dfrac{d}{d\alpha_1^t}\left[\gamma\left(\alpha_1^t\right)-\gamma\left(\sum_{i=1}^{k}\alpha_i^t\right)\right] & \cdot\ \cdot & -\dfrac{d}{d\alpha_1^t}\left[\gamma\left(\sum_{i=1}^{k}\alpha_i^t\right)\right] \\ \cdot & \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot\ \cdot & \cdot \\ -\dfrac{d}{d\alpha_k^t}\left[\gamma\left(\sum_{i=1}^{k}\alpha_i^t\right)\right] & \cdot\ \cdot & \dfrac{d}{d\alpha_k^t}\left[\gamma\left(\alpha_k^t\right)-\gamma\left(\sum_{i=1}^{k}\alpha_i^t\right)\right] \end{bmatrix} \qquad (۳۴)$$

با تساوی قراردادن عنصر iام رابطهٔ (۳۱) با (۳۳) و عناصر معادلهٔ (۳۲) با عناصر متنـاظرش در معادلـهٔ (۳۴) می‌توان با نوشتن یک برنامهٔ نرم‌افزاری در محیط Splus مقادیر $(\alpha_1,\ldots,\alpha_k)$ را به‌دست آورد.

پس از تعیین پارامترهای اولیه $(\alpha_1,\ldots,\alpha_k)$، از روی رابطهٔ (۳۰) می‌تـوان بـردار میـانگین پـسین و ماتریس کواریانس پسین را محاسبه نمود که آنها را با f_t^* و q_t^* نمایش می‌دهیم و عبارت است از:

$$f_i^{*t} = \log N_t + \gamma\left[Y_i^t + \alpha_i^t\right] - \gamma\left[\sum_{j=1}^{k}\left(y_j^t + \alpha_j^t\right)\right] \qquad i=1,2,\ldots,k$$

و q_t^* عبارتست از :

$$q_t^* = \begin{bmatrix} \dfrac{d}{d\alpha_1^t}\left[\gamma\left(y_1^t+\alpha_1^t\right)-\gamma\left(\sum_{i=1}^{k}\left(y_i^t+\alpha_i^t\right)\right)\right] & \cdot\ \cdot & -\dfrac{d}{d\alpha_1^t}\left[\gamma\left(\sum_{i=1}^{k}\left(y_i^t+\alpha_i^t\right)\right)\right] \\ \cdot & \cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot\ \cdot & \cdot \\ -\dfrac{d}{d\alpha_k^t}\left[\gamma\left(\sum_{i=1}^{k}\left(y_i^t+\alpha_i^t\right)\right)\right] & \cdot\ \cdot & \dfrac{d}{d\alpha_k^t}\left[\gamma\left(y_k^t+\alpha_k^t\right)-\gamma\left(\sum_{i=1}^{k}\left(y_i^t+\alpha_i^t\right)\right)\right] \end{bmatrix}$$

و براساس برآوردگر خطی بیزی می‌توان نتیجه‌گرفت که:

$$m_t = E[\beta_t \mid D_t] = E[E[\beta_t \mid \eta_t, D_t]]$$
$$C_t = V[\beta_t \mid D_t] = V[E[\alpha_t \mid \eta_t, D_t]] + E[V[\beta_t \mid \eta_t, D_t]]$$
$$m_t = a_t + R_t X_t' q_t^- \left(f_t^* - f_t\right)$$
$$C_t = R_t - R_t X_t' q_t^- \left(I_t - q_t^* q_t^-\right) X_t' R_t$$

لذا، توزیع $(\beta_t|D_t)$ از طریق گشتاورهای اول و دوم آن قابل محاسبه است. اکنون هرگونه استنباطی را که بخواهیم در مورد پارامترهای جامعه یعنی β_t، پس از گذشت دوره‌های زمانی پویا می‌توانیم انجام دهیم. این مطلب برای وقتی که داده‌های مورد مطالعه در یک ساختار جداول پیشایندی قرار می‌گیرند و طی زمان فراوانیهای درون سلولها و پارامترهای مدل نیز در حال تغییر هستند، بسیار کاربرد دارد. در بخش بعد سعی بر آن داریم تا یکی از کاربردهای مهم این نظریه را مورد توجه قرار دهیم و در انتها، مقایسه‌ای بین این روش و روشهای دیگر که معمولاً مرسوم است انجام دهیم.

۳. کاربرد مدل

پس از ارائهٔ مباحث نظری مدلهای پویای تعمیم‌یافته بیزی در حالت k پارامتری بر مبنای رگرسیون لجستیک اکنون می‌خواهیم کاربرد این نظریه را در یکی از موضوعهای مهمی که در کشور ما به عنوان یکی از مشکلات مهم و اساسی است، مورد توجه قرار دهیم مسئلهٔ اشتغال و مطالعهٔ راهکاری جهت هر چه بهتر شدن وضعیت آن در جامعه همواره از سوی کارشناسان و پژوهشگران علوم مختلف مورد نقد و بررسی قرار گرفته است. آمارشناسان نیز نظر بر آن دارند تا با ارائهٔ مدلهای آماری مناسب ارتباط عوامل مختلف و مهمی که برروی وضعیت بیکاری افراد تاثیرگذار بوده را شناسایی کرده و براساس میزان اثرگذاری عوامل کمکی برروی آن پیش‌بینی وضعیت آیندهٔ آن را برای یک یا چند واحد زمانی آینده تعیین نمایند. به همین منظور در این مقاله، سعی بر آن داریم تا به دلیل اهمیتی که این موضوع دارد از طریق روشهای معتبر علمی آماری مسئلهٔ بیکاری را مورد توجه قرار داده، سپس به عنوان روش پیشنهادی نتایج حاصل از مباحث تئوری این طرح در ارائهٔ هر چه بهتر یک مدل آماری مناسب که بتواند وضعیت بیکاری را تحلیل نماید استفاده کنیم. ابتدا، جامعهٔ آماری مورد مطالعه و در ادامه، اصول جمع‌آوری اطلاعات را مورد توجه قرار می‌دهیم.

۳-۱. جامعهٔ آماری

جامعهٔ آماری شامل جمعیت ۱۰ ساله و بیشتر بر حسب سن، محل سکونت و وضع فعالیت به تفکیک استان برای سالهای ۱۳۷۷-۱۳۷۹ است. برای این منظور، از آمارهای حاصل از طرح اشتغال و بیکاری مرکز آمار ایران طی سالهای ۱۳۷۶-۱۳۸۰ استفاده شده است.

۳-۲. هدف

هدف، بررسی وضعیت بیکاری جمعیت ۱۰ ساله و بیشتر بر حسب عوامل کمکی جنسیت و محل سکونت است. به دلیل حجم وسیع اطلاعات به شیوۀ تصادفی نمونه‌ای از استانهای مختلف اختیار شد که حاصل، سه استان گردید و در این‌باره مسئله را برای داده‌های مربوط به استان اصفهان، آذربایجان‌شرقی و خوزستان به‌کار می‌بریم. طبیعی است برای سایر استانها نیز به همین ترتیب می‌توان مطالعه را انجام داد. متغیرهای در نظر گرفته شده در این مطالعه عبارتند از:

(S) جنسیت = { 1 زن ، 2 مرد }

(J) وضعیت بیکاری = { بیکار ، شاغل }

(R) محل سکونت = { 1 روستا ، 2 شهر }

پس از تعیین مشاهدات حاصل از جمعیت ۱۰ ساله‌ها و بیشتر در استانهای مورد مطالعه اکنون، می‌خواهیم وضعیت بیکاری در این سه استان را برای سالهای ۱۳۷۷ ، ۱۳۷۸ و ۱۳۷۹ براساس سه روش معتبر علمی آمار مورد نقد و بررسی قرار دهیم. در پایان نیز مقایسه‌ای بین آنان انجام داده سپس اعلام نماییم کدام روش بهتر می‌تواند این داده‌ها را تحلیل نماید. روشهای علمی به‌کار گرفته شده عبارتند از:

الف) نگرش بیز و با استفاده از انتخاب توزیعهای پیشین مناسب

ب) استفاده از تئوری بیزتجربی

ج) استفاده از روش مدلهای پویای تعمیم‌یافته در حالت k پارامتری بر مبنای تئوریهای ارائه شده در این پژوهش

الف) تحلیل داده‌های بیکاری با استفاده از تئوری بیز معمولی

اگر فرض بر آن باشد که آمارشناس علاوه بر اطلاعاتی که از مشاهدات به دست می‌آورد، استفاده از اعتقادات و تجارب دیگران را نیز به عنوان یک توزیع پیشین در اختیار قرار داده و به‌طور توأم توزیعی را مورد استفاده قرار دهد که حاصل اطلاعات موجود در مشاهدات و اطلاعات موجود در اعتقادات باشد، در آن صورت مسئلۀ استنباط آماری در مورد پارامترهای جامعۀ مورد مطالعه پس از تعیین توزیع پسین پارامتر به شرط مشاهدات، انجام پذیر خواهد بود. برای موضوع کاربردی مورد نظر نیز قصد بر آن داریم تا در این بخش از این طریق تحلیلهای آماری خود را ارائه دهیم. اما همان‌طور که واضح است استفاده از

هر توزیع پیشینی به همراه خود پارامترهای اولیه‌ای می‌آورد که معمولاً روشهای مختلفی برای مشخص شدن آنان وجود دارد، یکی از روشها به‌صورت حسّی و بر اساس نگرش آمارشناس تعیین می‌شود.

طبیعی است آمارشناس مسئولیت هر گونه اشکال یا ایرادی را که در اثر این پذیرش به‌وجود آمده است را می‌پذیرد. ما در این بخش از این نظریه استفاده می‌کنیم. پس اکنون با توجه به اینکه سه عامل و هر عامل دارای دو سطح است، لذا برای هر سال و در هر منطقه توزیع نمونه‌گیری یک توزیع هشت جمله‌ای است. در نتیجه توزیع مشاهدات عبارتست از:

$$Y_{ijk(l)}^{(t)} \sim Multinomial\left(P_{ijk(l)}^{(t)}\right) \quad i=1,2 \quad j=1,2 \quad k=1,2$$

جدول -۱. مشاهدات مربوط به استانهای اصفهان، آذربایجان‌شرقی و خوزستان طی سالهای ۱۳۷۹-۱۳۷۷

J	S	R	اصفهان			آذربایجان‌شرقی			خوزستان		
			۱۳۷۷	۱۳۷۸	۱۳۷۹	۱۳۷۷	۱۳۷۸	۱۳۷۹	۱۳۷۷	۱۳۷۸	۱۳۷۹
۱	۱	۱	۶۴	۷	۱۲	۲۹	۱۶	۱۲	۱۴	۲۱	۱۵
۱	۱	۲	۱۱۵	۶۵	۱۲۰	۹۱	۸۴	۷۹	۹۱	۱۰۰	۱۱۶
۱	۲	۱	۲۵۰	۱۶۹	۱۸۳	۹۹	۱۱۷	۱۰۴	۱۹۴	۳۰۵	۲۸۲
۱	۲	۲	۵۷۳	۳۹۲	۴۸۳	۳۸۱	۲۹۳	۳۰۷	۴۸۷	۵۱۳	۴۸۴
۲	۱	۱	۵۷۹	۲۷۵	۴۴۲	۱۱۶۱	۸۳۰	۷۳۹	۳۶۵	۱۴۳	۱۵۵
۲	۱	۲	۸۱۰	۵۰۳	۶۰۵	۵۷۰	۴۳۰	۳۹۷	۲۸۰	۲۵۰	۳۰۷
۲	۲	۱	۱۳۷۱	۹۶۵	۱۰۷۹	۲۶۴۳	۲۲۴۳	۲۱۴۸	۱۱۵۰	۱۰۲۶	۱۱۹۷
۲	۲	۲	۴۱۴۰	۲۷۲۱	۳۲۳۲	۳۸۲۴	۳۲۶۵	۳۳۶۸	۲۲۱۸	۲۰۱۸	۲۲۶۶

حال اگر، P_{ij2} و P_{ij1} را به ترتیب احتمال بیکاری و شاغل‌بودن یک فرد در سطوح مختلف محل سکونت و جنسیت افراد در نظر بگیریم، در آن صورت برای مکان lام و زمان tام، حاصل نسبت احتمال بیکاری به شاغل‌بودن افراد، یعنی $\phi_{ij(l)}(t) = \dfrac{P_{ij1_{(l)}}^{(t)}}{P_{ij2_{(l)}}^{(t)}}$، یک وابستگی با پارامترهای مربوط به اثرات ثابت، اثر جنسیت و اثر محل سکونت دارد که ما این ارتباط را به‌صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\log\left(\phi_{ijk(l)}(t)\right) = \alpha_{k(l)}(t) + \beta_{ik(l)}^{S}(t) + \gamma_{jk(l)}^{R}(t)$$

پارامترهای α ، β و γ به ترتیب اثرات عوامل ثابت، اصلی جنسیت و اصلی محل سکونت بروی احتمال بیکاری است. با توجه به اینکه از نگرش بیز می‌خواهیم استفاده کنیم پس در اینجا فرض می‌کنیم توزیعهای پیشین α ، β و γ عبارتند از:

$$\gamma_{k(l)}(t) \sim N[\circ, \circ.1] \text{ و } \beta_{k(l)}(t) \sim N[\circ, \circ.1] \text{ و } \alpha_{k(l)}(t) \sim N[\circ, \circ.1]$$

واضح است که بر اساس توزیعهای پیشین در آن صورت توزیع پسین به‌صورت یک فرمول بسته به‌دست نخواهد آمد و عملاً به‌دلیل نداشتن فرم بسته توزیع پسین نمی‌توان برآورد پارامترهای مدل را براساس نگرش فوق برای توزیعهای پسین به‌دست آورد. در این حالت، روشهای مختلفی در تعیین برآورد به شیوهٔ بیز برای پارامتر P_{ijk} در هر سلول می‌توان به‌دست آورد. برای این منظور با استفاده از برنامه‌ای که در محیط نرم‌افزار BUGS نوشته‌ایم سعی کردیم برای مکانهای نمونه‌گیری و زمانهای مورد مطالعه برآورد احتمال پسین وضعیت بیکاری را برحسب سطوح مختلف جنسیت و محل سکونت تعیین نماییم. به‌طور مثال، نمودارهای (۱) الی (۳) حاوی چنین موضوعی است. نتایج حاصل از نمودارها که شامل میانگین و انحراف معیار است در جدول (۲) آورده شده است. از محاسبات انجام‌شده در جدول (۲) نتایج قابل‌توجهی به‌دست آمده است که این نتایج عبارتند از:

1. عوامل جنسیت و محل سکونت در سه منطقه و طی سالهای مورد مطالعه به لحاظ آماری بر روی نسبت بیکاری کاملاً تأثیرگذار است؛ اما این اثرپذیری در مناطق و زمانهای مختلف با یکدیگر متفاوت است.
2. در استان اصفهان بیشترین درصد بیکاری در میان زنان روستایی برای سال ۱۳۷۷ است و در حدود ۱۶٪ است و کمترین مقدار مربوط به مردان روستایی در سال ۱۳۷۸ است به‌طوری‌که در حدود ۱۲٪ محاسبه شده است.
3. برای استان آذربایجان شرقی بیشترین درصد بیکاری مربوط به مردان شهری در سال ۱۳۷۸ است و طی مدل به‌دست آمده این عدد در حدود ۱۷٪ است، اما کمترین درصد بیکاری مربوط به زنان روستایی در سال ۱۳۷۹ بوده است که ۱۰٪ دیده شده است.
4. برای استان خوزستان نیز بیشترین درصد بیکاری مربوط به مردان شهری است که در سال ۱۳۷۸ رخ داده و در حدود ۲۰٪ است؛ اما کمترین درصد بیکاری در این استان مربوط به زنان روستایی است که در سال ۱۳۷۹ دیده شده است و برابر با ۱۶٪ است.

باید توجه کرد که اعداد ارائه شده در پرانتزهای هر سطر در جدول (۲) مربوط به انحراف‌معیار پارامترهای برآورده شده مدل است. از آنجایی‌که مطالعهٔ فوق به شیوهٔ تئوری نیز انجام شده است می‌توان نمودار توزیع پسین فراوانیهای مورد انتظار هر سلول را رسم نمود که در این‌باره نمودارهای (۱) الی (۳)، به عنوان مثال رسم شده است. به عنوان مثال رسم نمودار (۲) مربوط به توزیع آماری پسین زنان روستایی بیکار در استان آذربایجان شرقی است که طی سالهای ۱۳۷۷ الی ۱۳۷۹ یک روند تقریباً

افزایشی دارد؛ با این توزیع که پراکندگی مدل در سال ۱۳۷۹ خیلی بیشتر از دو سال قبـل اسـت. بایـد توجه نمود که برای تعیین توزیع پیشین با نرم‌افزار BUGS برنامه‌ای نوشته شده است که بتـوان ابتـدا هزار نمونه از توزیع پیشین مزدوج بتا تولید نمود تا با آن برآورد پارامترهای توزیع پیـشین انجـام شـود. سپس، توزیع پسین که ادغام شـدهٔ توزیـع پیـشین و توزیـع مـشاهدات اسـت تعیـین شـد. در نهایـت، نمودارهای (۱) الی (۳) براساس توزیعهای پسین تولیدشده رسم شده‌اند. سایر نتایج نیـز در جـدول (۲) آورده شده است. نکتهٔ قابل توجه این است که ارائهٔ نتایج به‌صورت معنی‌دار متأثر از انتخـاب توزیعهـای پیشین است، لذا در انتخاب توزیعهای پیشین، آمار شناس باید کاملاً آگاهانه عمل نماید و توزیع پیشین پارامترها را طوری انتخاب نماید که مشکلاتی به‌وجود نیاید و برآوردهای اُریبی به‌وجود نیاید.

جدول -۲. برآورد پارامترها و آزمون معنی‌داری مدلهای لجستیک موردانتظار بـرای وضـعیت بیکاری در سه استان اصفهان، آذربایجان شرقی و خوزستان به تفکیک سالهای ۱۳۷۷-۱۳۷۹

عوامل کمکی	اصفهان		آذربایجان شرقی		خوزستان	
	جنسیت	محل سکونت	جنسیت	محل سکونت	جنسیت	محل سکونت
لجیت	۱	۱	۱	۱	۱	۱
$\log\left(\frac{P_1}{P_2}\right)_{77}$	-۰/۱۷۴(۰/۰۹)	۰/۱۶۷(۰/۰۸)	۰/۲۱۴(۰/۱۱)	-۱/۲(۰/۱۱)	-۰/۱۳۳(۰/۱۲)	-۰/۵۱(۰/۰۱)
$\log\left(\frac{P_1}{P_2}\right)_{78}$	-۰/۵(۰/۱۳)	۰/۰۲(۰/۱)	۰/۲۶(۰/۱۲)	-۰/۹(۰/۱۱)	۰/۱۴(۰/۱۱)	۰/۰۳(۰/۰۷)
$\log\left(\frac{P_1}{P_2}\right)_{79}$	-۰/۱۸(۰/۱)	-۰/۱۹(۰/۰۹)	+۰/۲۹(۰/۱۲)	۰/۹۸(۰/۱۱)	۰/۲۵(۰/۱۱)	-۰/۰۵(۰/۰۷۹)

نمودار-۱. توزیع آماری پسین زنان‌روستایی‌بیکار در استان‌اصفهان برای سالهای ۱۳۷۷-۱۳۷۹

نمودار -۲. توزیع آماری پسین زنـان روسـتایی بیکـار در اسـتان آذربایجـان‌شـرقی بـرای سالهای ۱۳۷۷-۱۳۷۹

نمودار-۳.توزیع‌آماری‌پسین زنان‌روستایی‌بیکار در استان‌خوزستان برای‌سالهای ۱۳۷۷-۱۳۷۹

ب) روش بیز تجربی

یکی از روشهای معتبر که از سوی اسکندری و مشکانی (۲۰۰۳) ارائه شده و بسیار کاربردی و مهم نیز است، روش بیز تجربی است که برای داده‌های گسسته مورد استفاده قرار گرفته است. در این نگرش اصولاً فرض بر آن است که پارامترهای مربوط به توزیعهای پیشین نامعلوم است. همین مسئله باعث می‌شود تا قبل از آنکه استنباط آماری در مورد پارامترهای مورد مطالعه صورت پذیرد. ابتدا، روشی بیان شود تا با آن برآوردهایی را برای پارامترهای اولیه مربوط به توزیعهای پشین ارائه، سپس با جای‌گذاری این روشها به جای پارامترهای اولیه، به استنباط در مورد پارامترهای مربوط به نسبت بیکاری که برحسب عوامل کمکی جنسیت و محل سکونت افراد تعیین می‌شود پرداخته شود. براساس نتایج به‌دست آمده در مطالعات اسکندری ـ مشکانی (۲۰۰۳) اگر فرض کنیم لگاریتم تابع درست نمایی عبارتست از:

$$\log L(P) = \prod_i \frac{N_i!}{\prod\limits_j y_{ij}!} \exp\left[\sum_i \sum_j y_{ij} \log(P_{ij})\right]$$

و براساس عوامل کمکی فرض کنیم:

$$H_\circ\!:\log\left(\frac{N_i P_{ij}}{N_i P_{ij}}\right) = \beta_{j\circ} + \beta_{j1} x_{i1} + \ldots + \beta_{jk} x_{ik} = x_i' \beta_j$$

در آن صورت، می‌توان به سادگی ثابت نمود که با فرض انتخاب توزیع پیشین دیریلکه[1] که پارامترهای اولیه آن بردار $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_k)$ باشد، آن‌گاه:

۱) براساس محاسباتی که از سوی اسکندری و مشکانی (۲۰۰۳) انجام گرفته است، برآورد پارامترهای اولیه α_i عبارت خواهد شد با:

$$M_{ij} = \frac{Y_j}{N} \quad \text{و} \quad \overline{M}_j = \frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L} M_{ij} \quad \text{و} \quad \hat{\alpha}_j = \frac{\overline{M}_j \overline{X}_j}{\overline{M}_j\left[1 - \overline{M}_j\right] - \overline{X}_j}$$

Y_j تعداد مشاهدات در هر سلول است.

۲) برآورد بردار $\hat{\beta}_j$ (پارامترهای مربوط به اثر پذیر بودن عوامل کمکی جنسیت و محل سکونت) برروی نسبت بیکاری (بردار P)، عبارتست از:

1. Dirichlet Prior Distribution.

$$\hat{\beta}_j = (X'\Sigma_j^{-1}X)^{-1}(X'\Sigma_j^{-1}\mu_j)$$

به‌طوری‌که در آن :

$$X = \begin{pmatrix} X' \\ \vdots \\ X'_I \end{pmatrix} \qquad \mu_j = \begin{pmatrix} \log\frac{\hat{P}_{1j}}{\hat{P}_{\circ j}} \\ \vdots \\ \log\frac{\hat{P}_{kj}}{\hat{P}_{\circ j}} \end{pmatrix} \qquad \sum_j = \begin{pmatrix} \sigma_{1j}^2 & & \circ \\ & \ddots & \\ \circ & & \sigma_{kj}^2 \end{pmatrix}$$

حال، با توجه به نتایج این روش می‌توان آن‌را برای مسئلهٔ بیکاری که در این فصل بررسی شده است، استفاده کرد. برای این منظور، بر حسب سطوح مختلف عوامل کمکی و پاسخ ابتدا باید در هر استان برآورد پارامترهای اولیه $(\hat{\alpha})$ را به‌دست آورد. این نتایج در جدول (۳) آورده شده است. باید توجه کرد به‌دلیل آنکه در هر استان توزیعهای پیشین یکسان است، اما چون برای برآورد بردار $\hat{\alpha}$ از مشاهدات همان استان استفاده شده‌است؛ بنابراین برآورد بردار α در هر استان متفاوت از استان دیگر است. اگر توجه شود در نگرش بیز معمولی مقادیر پارامترهای اولیه را از قبل آمارشناس تعیین کرده، در صورتی‌که در این نگرش با مشاهدات برآورد شده‌است.

جدول-۳. برآورد پارامترهای اولیه مدلهای لُگ خطی برای سطوح مختلف و مکانهای مختلف

استان	سلولها	(۱و۱و۱)	(۲و۱و۱)	(۱و۲و۱)	(۲و۲و۱)	(۱و۱و۲)	(۲و۱و۲)	(۱و۲و۲)	(۲و۲و۲)
اصفهان	$\hat{\alpha}$	۱۳/۹۳	۵/۴۹	۱۰/۰۱	۷/۶	۱۳/۱۱	۶۶/۴۹	۵۲/۱۴	۳/۱۲
	$\hat{\mu}_j$	۰/۰۸۷	۰/۱۴۵	۰/۶۳	۱/۵۴	۱/۶۱	۲/۵۷	۴/۶۵	۲/۴۷
آذربایجان‌شرقی	$\hat{\alpha}$	۳/۹۳	۴/۴	۹/۰۱	۲۵/۶	۲۳/۱۱	۶۷/۴۹	۶۲/۱۴	۳/۳۲
	$\hat{\mu}_j$	۰/۲۶۷	۰/۳۴۵	۰/۴۳	۱/۴	۱/۵۵	۲/۵۷	۴/۶	۲/۴۷
خوزستان	$\hat{\alpha}$	۵/۸۳	۵/۴۹	۱۰/۰۱	۱۲/۲۵	۲۰/۱۱	۵۶/۴۹	۱۲۲/۱۴	۱۳/۱۲
	$\hat{\mu}_j$	۰/۱۶۷۴	۰/۱۱۵	۰/۹۳۸	۱/۵۵	۱/۵۴	۱/۵۷	۳/۶۵	۲/۴۷

۳) در مرحلهٔ سوم پس از تعیین برآورد سوپرپارامترها و برآورد پارامترهای مدل، اکنون باید با توجه به پذیرش یک مدل لُگ خطی که با آن می‌توان اثرات سطوح مختلف عوامل کمکی را برروی پاسخ مورد توجه قرار داد، با توجه به پذیرش مدل لُگ خطی به فرم :

$$\log(NP_{ijk}) = \lambda + \lambda_i^J + \lambda_j^S + \lambda_k^R + \lambda_{ij}^{JS} + \lambda_{ik}^{JR} + \lambda_{jk}^{RS}$$

برآورد اثرات و سپس، برآورد پارامترهای مربوط به احتمال بیکاری در مکان و زمان را محاسبه می‌کنیم. جداول (۴) و (۵) در همین رابطه است.

جدول -۴ . محاسبات مربوط به مقادیر λ و سطح معنی‌داری پذیرش λ به تفکیک استان

استان	$\hat{\lambda}_1^J$	$\hat{\lambda}_1^S$	$\hat{\lambda}_1^R$	$\hat{\lambda}_{11}^{JS}$	$\hat{\lambda}_{11}^{JR}$	$\hat{\lambda}_{11}^{SR}$	مقدار احتمال
اصفهان	-۱/۹۴۷	-۱/۶۱	-۱/۰۹	-۱/۷۴	+۰/۱۶۷	۰/۷۰۷	۰/۱
آذربایجان‌شرقی	-۲/۳۲	-۱/۹۶	-۰/۳۵	۰/۲۵۹	-۰/۸۹۶	+۰/۹۲۳	۰/۲۸
خوزستان	-۱/۴۹	-۱/۹۲	-۰/۶۱۱	۰/۲۴۵	-۰/۰۵۲	-۰/۲۸۹	۰/۱۱

مقادیر حاصل در جدول (۴) از آن جهت حائز اهمیت است که بعد از پذیرش مدل می‌توانیم احتمالهای متناسب با هر رده از پاسخ را برحسب عوامل کمکی تعیین نماییم. همان‌طور که از محاسبات انجام شده در جدول (۴) مشخص است، مقدار احتمال مدل نهایی برای هر سه استان اصفهان، آذربایجان‌شرقی و خوزستان به ترتیب ۱۰٪ ، ۲۸٪ و ۱۱٪ است و به‌دلیل آنکه از عدد ۵٪ بیشتر است، لذا می‌توان فرض پذیرش مدل لُگ خطی را برای سه استان پذیرفت. از طرف دیگر، نتایج محاسبات عددی در جدول (۴) نشان می‌دهد که عامل وضعیت بیکاری به عنوان پاسخ با دو عامل جنسیت و محل سکونت کاملاً مرتبط و تاثیرگذار است. لذا اگر بخواهیم احتمالهای مربوط به وضعیت بیکاری را در استانهای مختلف بر حسب روش بیزتجربی که در این بخش راجع به آن بحث شده است مورد بررسی قرار بدهیم، تعیین این احتمالها کاملاً باید برحسب تأثیر دو عامل جنسیت و محل سکونت باشد. لذا، با این توضیح و بر حسب نتایج به‌دست آمده در جدول (۴) می‌توان احتمالهای پسین مورد انتظار را برای مدلهای مربوط به نسبت بیکاری در استانهای اصفهان و آذربایجان‌شرقی و خوزستان به‌دست آورد که نتایج آن در جدول (۵) آورده شده است. براساس نتایج جدول (۵) دیده می‌شود، نسبت بیکاری در استان اصفهان بیشترین درصد برای زنان شهری است که در حدود ۱۳/۶٪ و کمترین مقدار ۱۱/۱٪ است که مربوط به زنان روستایی است. همچنین در استان آذربایجان‌شرقی، بیشترین درصد بیکاری مربوط به مردان شهری و کمترین درصد بیکاری مربوط به مردان روستایی است که به ترتیب ۱۱/۶٪ و ۳/۷٪ است. در مورد خوزستان نیز، بیشترین و کمترین درصد بیکاری به ترتیب۲۲/۱٪ و۶۱/۱٪ است که مربوط به زنان شهری و زنان روستایی است. سایر نتایج برای استانهای دیگر نیز در جدول (۵) آورده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، نتایج به‌دست آمده در جدول (۵) تا اندازه‌ای با نتایج روش قبل یکسان است؛ اما در این حالت، از اطلاعات مشاهدات بیشتر از اعتقادات فرد استفاده شده‌است، در صورتی‌که در روش قبل مقادیر پارامترهای اولیه براساس نظر آمارشناس تعیین می‌گردید.

جدول - ۵ . احتمالهای مورد انتظار مربوط به نسبت بیکاری به تفکیک هر استان

جنسیت	محل سکونت	اصفهان	آذربایجان‌شرقی	خوزستان
زن	روستایی	٪۱۲/۷	٪۴/۴	٪۱۶/۱
زن	شهری	٪۱۱/۷	٪۱۰/۱	٪۲۲/۱
مرد	روستایی	٪۱۱/۱	٪۳/۷	٪۲۰/۱
مرد	شهری	٪۱۳/۶	٪۱۱/۶	٪۲۱/۰

ج) روش مدلهای پویای بیزی

در دو نگرش قبلی یکی از نکات اساسی که مورد توجه قرار نگرفت عدم استفاده از اطلاعـات مـشاهدات طی زمان و مکان می‌باشد. اما اگر اطلاعات در زمان و مکانهای متفـاوت جمـع‌آوری مـی‌گـردد بـه نظـر می‌رسد منطقی باشد که از این اطلاعات در جهت انجام یک استنباط بهتر برای گام بعدی استفاده شود. این نگرش در مدلهای ارائه شده در این پژوهش نهفته است.

اکنون می‌خواهیم براساس مدلهای پویای بیزی تعمیم‌یافته در حالت k پارامتری وضعیت بیکـاری را در استانهای مورد مطالعه بر حسب جنسیت و محل سکونت افراد مورد بررسی قرار دهیم. آنچـه کـه در این نگرش مورد توجه است فرض بر آن خواهد بود که اطلاعات طی زمان به یکدیگر وابسته اسـت؛ لـذا مدلهای ارائه شده برای وضعیت بیکاری طی زمان به یکدیگر وابسته است. تحت مـدلهای پویـای بیـزی تعمیم‌یافته در این پژوهش پس از تعیین توزیعهای پسین مربـوط بـه فراوانیهـای مـورد انتظـار، نـسبت بیکاری که با توجه به جنسیت و محل سکونت و بر اساس اثرگذاری اطلاعات هر سـال بـرای سـال بعـد تعیین می‌شود، در جدول (۶) آورده شده‌است. در جدول (۶) برای وضعیت بیکاری مشاهده شده و مـواد انتظار خواهیم داشت:

الف) تحت مـدل پویـای بیـزی بیـشترین درصـد بیکـاری طـی سـال ۱۳۷۷ در سـه اسـتان اصـفهان، آذربایجان‌شرقی و خوزستان به ترتیب، ٪۱۴/۹ برای مردان شهری ٪۱۸/۵ برای زنان شهری و ٪۳۰ برای زنان شهری است.

ب) برای سال ۱۳۷۸ بیشترین درصد بیکاری (سه استان اصـفهان، آذربایجـان‌شـرقی و خوزسـتان) بـه ترتیب، ٪۱۶ برای مردان روستایی، ٪۲۱/۵ برای زنان شهری و ٪۴۰ برای زنان شهری است.

ج) موضوع بند الف و ب، برای سال ۱۳۷۹ در سه استان به ترتیب ٪۲۰ برای زنـان شـهری، ٪۲۰ بـرای زنان شهری و ٪۳۸/۵ برای زنان شهری است.

جدول-۶. برآورد وضعیت بیکاری مشاهده شده و مورد انتظار پویا به تفکیک جنسیت و محل سکونت

استان	جنسیت	محل سکونت	۷۷		۷۸		۷۹	
			مشاهده	انتظار	مشاهده	انتظار	مشاهده	انتظار
اصفهان	زن	روستایی	٪۱۱	٪۱۳/۵	٪۲	٪۱	٪۳	٪۵
		شهری	٪۱۴	٪۱۲	٪۱۲/۹	٪۱۴	٪۱۹/۸	٪۲۰
	مرد	روستایی	٪۱۸	٪۱۵	٪۱۷/۵	٪۱۶	٪۱۶/۹	٪۱۵
		شهری	٪۱۳/۸	٪۱۴/۹	٪۱۴/۴	٪۱۵	٪۱۳/۷	٪۱۲
آذربایجان شرقی	زن	روستایی	٪۲/۴	٪۴	٪۱/۹۲	٪۲۰	٪۱/۶۲	٪۲
		شهری	٪۱۵/۹	٪۱۸/۵	٪۱۹/۵	٪۲۱/۵	٪۱۹/۸	٪۲۰
	مرد	روستایی	٪۳/۷	٪۵/۷	٪۵/۲	٪۶	٪۴/۸	٪۵
		شهری	٪۹/۹	٪۱۱	٪۸/۹	٪۱۰	٪۹/۱	٪۱۰/۵
خوزستان	زن	روستایی	٪۳/۸	٪۵/۱	٪۱۴/۶	٪۱۵	٪۹/۶	٪۹/۵
		شهری	٪۳۲/۵	٪۳۰	٪۴۰	٪۴۰	٪۳۷/۷	٪۳۸/۵
	مرد	روستایی	٪۱۶/۸	٪۱۶	٪۲۹/۷	٪۳۰	٪۲۳/۵	٪۲۴/۵
		شهری	٪۲۱/۹	٪۱۹/۱	٪۲۵/۴	٪۲۴	٪۲۱/۳	٪۱۷/۵

براساس نتایج به‌دست آمده بر مبنای مدلهای پویای بیزی رگرسیون لجستیک چنانچه بخواهیم برای یک واحد زمانی آینده (سال ۱۳۸۱) مسئلهٔ پیش‌بینی مربوط به وضعیت بیکاری را در سه استان اصفهان، آذربایجان‌شرقی و خوزستان محاسبه نماییم در آن صورت، احتمال مورد انتظار وضعیت بیکاری بیان شده است. این مقادیر در جدول (۷) آورده شده است. طبق نتایج به‌دست آمده در جدول (۷)، می‌توان گفت، پیش‌بینی می‌شود که زنان شهری در استان خوزستان بیشترین درصد بیکاری و زنان روستایی استان آذربایجان‌شرقی کمترین میزان بیکاری را دارا باشند. اتفاقاً براساس نتایج معتبر در سالنامهٔ آماری مرکز آمار ایران نیز که برحسب طرح اشتغال و بیکاری انجام پذیرفته است، نتایج مشابه نتایج به‌دست آمده در این پژوهش نیز اعلام گردیده است.

مقایسه بین روشهای بیزی اعلام شده

ابزار مهمی که با آن می‌توان مقایسه‌ای بین مدلهای مختلف پیشنهادی انجام داد استفاده از مفهومی به نام فاکتور بیز است. برحسب تعریف اگر، $P(m_i)$ توزیع پیشین مدل m_i و $P(m_i \mid x)$ احتمال پیسین مدل m_i بعد از دیدن مشاهدهٔ X باشد در آن صورت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} P(m_i|x) = \dfrac{f(x|m_i)P(m_i)}{\sum_{i=1}^{2} f(x|m_i)P(m_i)} \\ i = 1,2 \end{cases}$$

جدول -۷. برآورد مورد انتظار وضعیت بیکار برای سال ۱۳۸۱

استان	خوزستان				آذربایجان شرقی				اصفهان			
جنسیت	مرد		زن		مرد		زن		مرد		زن	
محل سکونت	شهر	روستا	شهر	روستا	شهر	روستا	شهر	روستا	شهر	روستا	شهر	روستا
انتظار	٪۲۰	٪۲۵	٪۳۹	٪۱۰	٪۱۲	٪۴	٪۲۴	٪۴	٪۱۴/۵	٪۱۸	٪۱۹	٪۶

اکنون نسبت احتمالهای پسین مدل m_1 بـه مـدل m_2 را کـه بـا PO_{12} نمـایش داده و آن‌را نـسبت بخشهای پسین می‌نامیم عبارتست از:

$$PO_{12} = \frac{P(m_1 | x)}{P(m_2 | x)} = \frac{f(x | m_1).P(m_1)}{f(x | m_1).P(m_1)}$$

به عبارت: $\dfrac{P(m_1 | x)}{P(m_2 | x)}$ برحسب تعریف فاکتور بیز می‌گویند و آن‌را با BF_{12} نمایش می‌دهند. اکنون، با مبنا قرار دادن روش مدلهای پویای بیزی، فاکتور بیز این مدل را نسبت به دو مدل قبل مورد مطالعـه قرار می‌دهیم. در واقع، تعیین BF_{32} و BF_{31} که به ترتیب فاکتور بیـز روش چهـارم در مقابـل روش دوم و فاکتور بیز روش چهارم در مقابل روش سوم است. در ایـن بـاره نتـایج محاسـبات در جـدول (۸) آورده شده است.

جدول -۸ . برآورد فاکتور بیز مدلهای پیشنهادی و تفسیر نتایج آن

فاکتور بیز	BF_{31}	BF_{32}
اصفهان	۲۴/۵	۱۴/۵
آذربایجان شرقی	۲۸/۷۵	۹/۵
خوزستان	۲۸/۴۵	۱۳/۴۵

با توجه به جدول (۸) و نظریه کاس و رفتری (۱۹۹۵) در مورد فاکتور بیز می‌توان گفت مدل پویای بیزی در مقابل مدل بیز معمولی بسیار کارآمدتر است. این موضوع ناشی از آن است که در بیز معمولی از توزیع پیشین استفاده شده است که شاید در تعیین برآوردهای پارامتر تأثیر بسزایی دارد، لذا این امکان وجود دارد که تعیین سوپرپارامترهای آن که در اختیار آمارشناس بوده است تا اندازه‌ای یک میزان خطا را وارد مدل نموده است. اما همان‌طور که دیده می‌شود مدل پویای بیزی و مدل بیز تجربی را که اسکندری و مشکانی (۱۳۸۱) ارائه داده‌اند تا اندازه‌ای شبیه به هم عمل نموده‌اند. البته باید توجه نمود که مدل مطرح شده در مطالعات اسکندری و مشکانی (۲۰۰۳) برای حالتی که در آن زمان و مکان مطرح نیست، بیان شده است. لذا، مدل پویایی بیزی تا اندازه‌ای بهتر از مدل (۲) عمل نموده است.

۴. نتیجه‌گیری و پیشنهاد

با توجه مطالعاتی که در این پژوهش انجام گرفته است می‌توان نتایج زیر را استخراج نمود:

۱- برای حالتی که عواملی چون زمان و مکان تأثیر بسزایی بر روی ساختار داده‌های جمع‌آوری شده دارد، باید از مدلهایی که وابسته به این دو عامل است استفاده کرد و در این حالت، بهترین مدل پیشنهادی مدل پویای بیزی است.

۲- چنانچه بر روی متغیر پاسخ که از نوع کیفی عوامل کمکی تأثیرگذاری است و وابستگی زمان و مکان نیز همچنان وجود دارد، بهترین مدل پیشنهادی استفاده از رگرسیون لجستیک مدلهای پویای بیزی است.

۳- ویژگی ممتاز مدلهای پویای بیزی برای رگرسیون لجستیک این است که می‌توان برای وضعیت آیندهٔ سیستم مورد مطالعه در یک زمان یا مکان همگن دیگری پیش‌بینی معتبری را برای پاسخ انجام داد.

۴- آنچه که بسیار حائز اهمیت است این است که روش نمونه‌گیری می‌تواند تعیین کند که چه توزیع آماری برای ساختار داده‌ها مناسب باشد. یعنی در واقع، بعد از تعیین روش نمونه‌گیری توزیع آماری تعیین می‌شود. لذا در این مسئله، اگر از توزیع چندجمله‌ای استفاده شده است؛ به دلیل این است که تمام داده‌ها در یک استان و در یک سال با هم نمونه‌گیری شده است، و از هر فرد سه صفت وضعیت بیکاری، جنسیت و محل سکونت ثبت شده است. همین عامل باعث شده است توزیع آماری مورد استفاده در این پژوهش چندجمله‌ای و دارای چند پارامتر شود که این موضوع مسئله را کمی پیچیده کرده است. لذا، ضمن اینکه هدف این مطالعه بررسی اثر جنسیت و محل سکونت بر روی وضعیت بیکاری در استانها و سالهای مختلف است، اما پیشنهاد می‌شود روش نمونه‌گیری طوری انتخاب شود که فقط یک توزیع دوجمله‌ای برای هر وضعیت برقرار شود. برای این منظور کافی است در میان زنان و در میان مردان جداگانه عمل نمونه‌گیری انجام پذیرد و سپس، با استفاده از دو مدل دوجمله‌ای مجزا مطابق آنچه که وست و هریسون(۱۹۹۷) برای مدلهای پویای تعمیم‌یافته برای یک‌پارامتری بیان کردند، اثرپذیری عامل محل سکونت را بر روی وضعیت بیکاری مطالعه نماییم. در این حالت، به لحاظ افزایش تعداد مدلهای آماری مطالعه ساده‌تر اما طولانی‌تر می‌گردد. اما به این موضوع باید اشاره کرد که امکان دارد به‌دلیل جداکردن جنسیت، تا اندازه‌ای اطلاعات از دست بدهیم. اینکه کدامیک از این دو حالات می‌تواند بهتر باشد موضوعی است که در یک تحقیق مجزا می‌توان بر روی آن مطالعه کرد.

منابع

Box, M. and Jenkinz, R. (1972). *Analysis of Time Series.* Wiley, New York.

Eskandari, F. and Meshkani. (2003). Empirical Bayes Analysis of Generalized Logistic Regression. *Journal of Statistical Theory and Application*. Vol. 3. pp. 151 – 164.

Kass, R.E. and Raftery. (1995). Bayes Factor. *Journal of the American Statistical Association*. No. 90, pp. 928 – 934.

Kalman, R.E. (1960). Filtering and Prediction Problem. *Journal of Basic Engineering*, No. 82, pp. 34 – 42.

Minhold. R.J. and Sing Purwalla, N. (1983). Understanding the Kalman – Filter. *The American Statistician*. Vol. 37. No. 2.

Pole, A. West, M. and Harrison, J. (1989). *No Normal and Nonlinear Dynamic Bayesian Modeling*. Ba An of Time Serises.

West, M. Harison, J. (1997). *Bayesian Forecasting and Dynamic Models*. Springer-Verlag.

Zellner, A. (1971). *An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics.* Wiley, New York.